

北一女中 110 學年度第一學期高二數學 A 第二次期中考試題 P.1

注意：1. 請於答案卡上作答，否則不予計分。並將班級、姓名、座號書寫並畫記於答案卡上。

2. 本試卷題型均可以自行判斷採用計算器為計算工具，允許的計算器機型限定下列四款：

E-More FX-127、Fuhbao FX-180、Canon F-502G、Casio FX-82Solar(II)

一、單選題 (25 分)

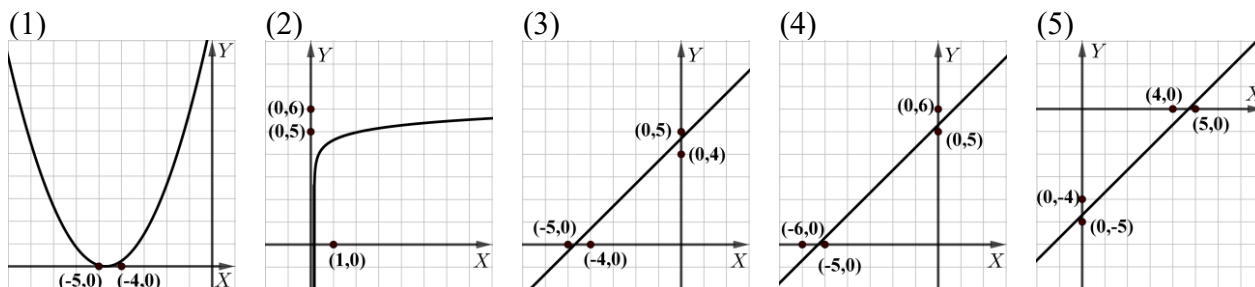
說明：第 1 至 5 題為單選題，每題答對得 5 分，未作答或答錯得 0 分。

1. Covid-19 病毒在感染初期病毒量極微，欲知體內病毒濃度，可透過核酸複製技術(PCR)，每經過一次複製，病毒的核酸量增為原來的 2 倍；若先在核酸上染色，經過 k 次複製後，直到染色的螢光強度可被偵測到， k 稱為此檢體的 Ct 值。例如，Ct 值為 10 表示核酸被複製 10 次後，核酸總量為原來的 1024 倍後才可被偵測到，因此 Ct 值越高，表示病毒量越少，傳染力越低。已知 5 名患者在住院隔離治療後，出院時的 Ct 值均為 34。試問下列哪名患者，在剛入院時體內病毒的核酸總量約為出院時的一百萬倍？

- (1) 入院時的 Ct 值為 12 的案 A。
- (2) 入院時的 Ct 值為 14 的案 B。
- (3) 入院時的 Ct 值為 16 的案 C。
- (4) 入院時的 Ct 值為 54 的案 D。
- (5) 入院時的 Ct 值為 56 的案 E。

2. 聲音大小(單位為分貝)取決於聲波通過介質時，所產生的壓力變化(簡稱聲壓，單位為 N/m^2)。已知聲壓 x 與聲音大小 y 的關係式為 $y = 10 \times \log\left(\frac{x}{2 \times 10^{-5}}\right)^2$ ，因實驗報告數據的呈現，欲簡化此關係式，假設 $X = \log x$ ，

$Y = \frac{y}{20}$ ，試問下列何者可為 X 與 Y 的函數圖形？



3. 試問滿足對數不等式 $\log(x+26) + \log(26-x) < 2$ 的整數有幾個？

- (1) 0 個
- (2) 2 個
- (3) 47 個
- (4) 49 個
- (5) 無限多個

4. 設 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - \log x$ ，已知 α 為方程式 $f(x) = 0$ 的解，若實數 t 滿足 $0 < t < \alpha$ ，

則 $f(t)$ 恆滿足下列何式？

- (1) $f(t) < -1$
- (2) $-1 < f(t) < 0$
- (3) $0 < f(t) < 1$
- (4) $f(t) > 0$
- (5) $f(t) > 1$

北一女中 110 學年度第一學期高二數學 A 第二次期中考試題 P.2

5. 已知碳-14 的半衰期約為 5730 年，常用於鑑定古文物的年份。臺東縣卑南鄉的巴蘭遺址，某出土物的碳-14 的含量占原來的 92.55%，則巴蘭遺址的時間大約在距今約多少年？

(1) 640 年 (2) 690 年 (3) 740 年 (4) 790 年 (5) 840 年

二、多選題 (40 分)

說明：第 6 至 9 題為多選題，每題各有五個選項，其中至少有一個選項是正確的。每題 10 分，各選項 2 分，採獨立計分，整題未作答者得 0 分。。

6. 下列何者與對數值 $\log_2 3$ 相等？

(1) $\frac{1}{\log_3 2}$ (2) $\log_4 9$ (3) $\log_{20} 30$ (4) $\frac{4771}{3010}$ (5) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$

7. 坐標平面上，在函數圖形 $y = 2^x$ 上，標示 A 、 B 、 C 、 D 四個點，其 y 坐標分別為 1, 2, 3, 4。請選出正確的選項。

(1) 點 B 落在直線 $\overline{AC}$ 之上方 (2) 點 C 的 x 坐標為 $\log 3$
(3) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{CD}$ (4) 直線 $\overline{BD}$ 的方程式為 $y = 2x$
(5) 不等式 $2^x < 2x$ 的解為 $1 < x < 2$

8. 關於函數的圖形，下列敘述哪些正確？

(1) $y = \log x^2$ 與 $y = 2\log x$ 的圖形重合。
(2) $y = \log x^3$ 與 $y = 3\log x$ 的圖形重合。
(3) $y = \log(2x)$ 的圖形可由 $y = \log x$ 的圖形平移而來。
(4) $y = \log(2x)$ 的圖形可由 $y = \log x$ 的圖形伸縮而來。
(5) $y = \log(x-2)$ 與 $y = 10^{x+2}$ 的圖形對稱直線 $y = x$ 。

9. 已知兩正整數 a 、 b 的乘積為 9 位數， $\frac{a}{b}$ 化為小數後，自小數點後第 4 位開始出現不為 0 的數字，則下列敘述哪些正確？

(1) $\log ab \geq 9$ (2) $\log\left(\frac{a}{b}\right) \geq -4$ (3) a 必為 3 位數 (4) b 可能為 6 位數
(5) $a+b$ 可能為 8 位數

北一女中 110 學年度第一學期高二數學 A 第二次期中考試題 P.3

三、選填題 (35 分)

說明：第 A 至 F 題為選填題，第 A 題 2 格，每格 3 分，共 6 分；第 B 至 E 題，每題 6 分；第 F 題 5 分。上述配分須完全答對才得分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ，已知 $a \leq x \leq 2a$ 時， $f(x)$ 的最大值與最小值相差 $\frac{7}{64}$ ，則 $a =$ ⑩ (整數解) 或 $\log_2 \frac{⑪}{⑫}$ (非整數解)。

B. 設方程式 $3^{\log_2 x} + 3^{\log_2 \frac{16}{x}} = 30$ 的解為 α, β ，則 $\alpha + \beta =$ ⑬⑭。

C. 從地球上觀測，星球的星等 y 與儀器測量到的亮度 x 的關係為 $y = -\frac{5}{2} \log x$ 。已知天狼星的星等約為 -1.46 ，太陽的星等約為 -26.74 ，則儀器測量到太陽的亮度大約是天狼星亮度的 ⑮.⑯⑰ $\times 10^{⑱⑲}$ 倍。
(答案以科學記號 $A \times 10^n$ 作答，其中 A 四捨五入至小數點後第 2 位)

D. 坐標平面上， O 為原點，點 A 、點 B 在指數函數 $y = 10^x$ 上， O 、 A 、 B 三點共線， A 點關於直線 $y = x$ 的對稱點為 C 點。若 B 點的 y 坐標為 C 點的 x 坐標的 2 倍，則 C 點坐標為 (⑳ , $\log$ ㉑)。

E. 右表為近 3 年台灣銀行定期儲蓄存款的三年期機動年利率，小綠在 107 年 12 月 1 日時存入 100 萬作為生活緊急預備金，已知定儲存款採月利率複利計息，這三年都沒有提前解約(整存整付)，在 110 年 12 月 1 日三年期滿時，小綠可以得到 ㉒㉓㉔㉕㉖ 元的利息。(四捨五入至整數位)

起訖時間(年/月)	期間(月)	年利率
107/12 ~ 109/03	16 個月	1.165%
109/04 ~ 110/12	20 個月	0.865%

F. 已知方程式 $2^x \cdot 3^{\frac{6}{x}} = 72$ 有兩個實數解，其中一個是 3，另外一個是 $\log_{27}$ ㉘。

注意：這次答案卡有 28 列要劃記，你都填滿了嗎？請再檢查一次喔。

北一女中 110 學年度第一學期高二數學 A 第二次期中考
參考答案

題號				答案		題號		答案	
1		2		C	15	1	1.29×10^{10}		
2		3			16	2			
3		2			17	9			
4		4			18	1			
5		1			19	0			
6		125		D	20	2	$(2, \log 2)$		
7		345			21	2			
8		234		E	22	3	30390		
9		234			23	0			
A1	10	3	3		24	3			
A2	11	8	$\log_2 \frac{8}{7}$		25	9			
	12	7			26	0			
B	13	1	10	F	27	2	$\log_2 9$		
	14	0			28	9			