

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第二次期中考數乙(三忠)題目卷

命題範圍：高中選修數學乙 分布與統計

一、單選題(一題 6 分，共 6 分)

1. 有一手遊公司某抽卡活動中獎率為 0.7。今天非酋 EaTing 抽卡 5 次，設隨機變數 X 為中獎次數，則下列選項何者為最大值？
(A) $P(X=1)$ (B) $P(X=2)$ (C) $P(X=3)$ (D) $P(X=4)$ (E) $P(X=5)$

二、多選題(每個選項 2 分，共 10 分)

1. 甲、乙兩人猜拳，設每次猜拳時甲贏的機率為 p ，若每次猜拳時的結果都是獨立的。試選出恆為正確的選項。
- (A) 假設只有甲贏和乙贏兩種結果，猜拳 200 次，若甲贏的期望值為 50 次，則乙贏的期望值為 150 次
- (B) 若 $p = \frac{1}{3}$ ，則直到第 4 次甲才猜贏的機率小於 $\frac{1}{10}$
- (C) 若 $p = \frac{1}{3}$ ，猜拳 4 次，則甲贏兩次的機率為 $C_1^4 \left(\frac{1}{3}\right)^2$
- (D) 若猜拳 200 次，且甲贏的次數期望值為 50 次，則 $p = \frac{1}{4}$
- (E) 若猜拳 200 次，且甲贏的次數標準差為 $\frac{20}{3}$ 次，則 $p = \frac{1}{3}$

三、填充題(每格 6 分，共 84 分)

1. 袋中有 1 顆紅球和 3 顆白球，每次從袋中取一球，取後放回，若每球被取中的機會均等，設共取 5 次，則
- (1) 取中紅球的次數為 2 次的機率為 _____
- (2) 取中紅球的次數至少 2 次的機率為 _____
2. EaTing 寫題目的計算錯誤率為 $\frac{2}{5}$ ，若這次小考有 4 題，則本次小考 EaTing 的錯誤題數機率最高的是 _____ 題。

3. 某量販店進行鮮奶促銷活動，只要購買任一品項鮮奶，皆可參加一次抽獎活動，每次抽獎的結果都是獨立的。量販店宣稱中獎率為 8 成，小綠欲於促銷活動的 2 週內，每天都購買一次鮮奶，若購買的 14 次中，中獎次數小於或等於 k 次的機率小於 0.01，即拒絕接受量販店宣稱的中獎率。設隨機變數 X 代表 14 次抽獎活動中，中獎的次數，且 $P(X = x)$ 和 $P(X \leq x)$ 的機率分布表如下所示。試求： k 的值最大為_____。

隨機變數 X 的機率分布表 ($X \sim B(14, 0.8)$)

次數 x	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = x)$	1.64×10^{-10}	9.18×10^{-9}	2.39×10^{-7}	3.82×10^{-6}	4.20×10^{-5}	3.36×10^{-4}	2.02×10^{-3}	9.21×10^{-3}
$P(X \leq x)$	1.64×10^{-10}	9.34×10^{-9}	2.48×10^{-7}	4.06×10^{-6}	4.60×10^{-5}	3.82×10^{-4}	2.40×10^{-3}	0.0116
次數 x	8	9	10	11	12	13	14	
$P(X = x)$	0.0322	0.0860	0.172	0.250	0.250	0.154	0.044	
$P(X \leq x)$	0.0439	0.130	0.302	0.552	0.802	0.956	1	

4. 若同時擲兩枚硬幣一次，已知其中一枚為公正硬幣（擲出正、反面機率各為 $\frac{1}{2}$ ），另一枚不均勻硬幣擲出正面機率為 p 。若每一枚硬幣擲出正面記為 1 分，擲出反面記為 0 分，則
- (1) 設隨機變數 X 代表投擲不均勻硬幣一次的分數，則 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $Var(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(以 p 表示)
- (2) 設隨機變數 Y 代表同時擲兩枚硬幣一次的分數總和，則 $E(Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(以 p 表示)
- (3) 承(2)，若 $P(Y = y)$ 為 Y 的機率質量函數，且 $P(Y = 0) = 3P(Y = 2)$ ，則 $p = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 小綠每天都會去游泳池游 30 分鐘，已知泳道長 50 公尺，小綠都以來回一趟 100 公尺為單位游泳，設 20 分鐘內小綠來回游 5 趟的機率是 $\frac{1}{4}$ ，來回游 6 趟的機率是 $\frac{1}{2}$ ，來回游 7 趟的機率是 $\frac{1}{4}$ ，設隨機變數 X 為每次 20 分鐘內小綠游泳的距離，則
- (1) 請寫出 X 的機率分布表
- (2) X 的期望值為多少公尺？
- (3) X 的標準差為多少公尺？
6. EaTing 給忠班 33 位同學抽籤，每位同學抽完籤後放回籤筒，5 支籤中只有 1 支是中獎籤，設隨機變數 X 為抽到中獎籤的人數，則
- (1) $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $Var(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) EaTing 會用這次中獎人數的平方數來決定這週貢獻給忠班小綠洲的餅乾數量(例如全班只有 3 人抽中中獎籤則貢獻 $3^2 = 9$ 塊餅乾)，設隨機變數 Y 為 EaTing 根據這次抽籤活動貢獻的餅乾數量，則 $E(Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第二次期中考數乙(三忠)答案卷

命題範圍：高中選修數學乙 分布與統計

三年忠班 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題(一題 6 分，共 6 分)

1.	
-----------	--

二、多選題(每個選項 2 分，共 10 分)

1.	
-----------	--

三、填充題(每格 6 分，共 84 分)

1. (1)		1. (2)	
2.		3.	
4. (1)			
4. (2)		4. (3)	
5. (1)			
5. (2)		5. (3)	
6. (1)			
6. (2)			

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第二次期中考數乙(三忠)解答

命題範圍：高中選修數學乙 分布與統計

三年忠班 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題(一題 6 分，共 6 分)

1.	(D)
----	-----

二、多選題(每個選項 2 分，共 10 分)

1.	(A)(B)(D)
----	-----------

三、填充題(每格 6 分，共 84 分)

1. (1)	$\frac{135}{512}$	1. (2)	$\frac{47}{128}$								
2.	1 或 2 題	3.	6								
4. (1)	$E(X) = p, \quad \text{Var}(X) = p - p^2$										
4. (2)	$\frac{1}{2} + p$	4. (3)	$\frac{1}{4}$								
5. (1)	<table border="1"> <tr> <td>X</td><td>500</td><td>600</td><td>700</td></tr> <tr> <td>P_X</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> </table>			X	500	600	700	P_X	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
X	500	600	700								
P_X	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$								
5. (2)	600	5. (3)	$50\sqrt{2}$								
6. (1)	$E(X) = \frac{33}{5}, \quad \text{Var}(X) = \frac{132}{25}$										
6. (2)	$\frac{1221}{25}$										