

110 學年度第二學期第二次定期考高一數學試題

命題範圍:第三章 排列組合與機率

一、填充題

第1至13題為填充題，共13題16格，答對格數與得分如下表所示，答案請化為最簡的形式，否則不給分。

答對格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	0	10	19	27	35	42	48	54	60	66	72	77	82	87	92	96	100

1. 以 5 種不同的顏色塗圖一中的六個區域，每區域一色，顏色可以重複使用，則相鄰區域不同色的塗法共有_____種。



(圖一)

2. 已知 $\{x \text{ 為實數} | x^2 - k = 0, k \text{ 為實數}\} \subset \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，則實數 k 之範圍為_____。(答案須完整才給分)
3. 妮妮公主把七個小矮人的娃娃全部放進四個櫃子裡，每個櫃子最多可以放七個小矮人的娃娃，也可以不放。
- (1) 若小矮人娃娃相同且櫃子也相同，則有_____種放法。
- (2) 若小矮人娃娃相同但櫃子相異，且每個櫃子至少需要放一隻，則有_____種放法。
- (3) 若小矮人娃娃相異但櫃子相同，且每個櫃子至少需要放一隻，則有_____種放法。
4. 設集合 $S = \{2^2, 3^2, 4^2, \dots, 12^2\}$ ，則 S 所有子集的元素總和為_____。(以 $a \times 2^n$ 形式表示)

5. 求滿足條件 $C_0^n + \frac{1}{2}C_1^n + \frac{1}{3}C_2^n + \cdots + \frac{1}{n+1}C_n^n = \frac{2047}{n+1}$ 之正整數 n 之值為_____。
6. 若班上 40 位同學，有 32 位同學喜歡玩傳說對決、有 24 位喜歡玩神魔之塔、有 28 位喜歡玩弓箭傳說，則傳說對決、神魔之塔、弓箭傳說三種手遊皆喜歡玩的同學
(1)至多有_____人；(2)至少有_____人。
7. 阿寶跟阿妮和其他八個人一起去參加通通有獎的電玩展抽獎活動，已知剩下的 10 個獎品為 3 個相同的塗鴉兔兔造型、5 個相同的 PS5 的搖桿以及 2 個相同的阿爾宙斯的娃娃，且 10 個參與者會剛好一人抽得一個獎品。阿寶沒有玩傳說所以不想要塗鴉兔兔的造型，阿妮跟阿寶說：「如果你抽到塗鴉兔兔的造型，那我就跟你換。」，則阿寶最終還是拿到塗鴉兔兔的模型的機率為_____。
8. 自 15,18,21,24,...,312 中任選三相異數後，可排成等差數列的機率為_____。
9. 若高木和西片及其他 34 名同學一起參加學校的校慶園遊會擺攤，為了輪班方便，共分成四組，每組 9 個人，則其中高木和西片兩人分在同一組的機率為_____。
10. 姜泰武社長向花店訂做了 10 束玫瑰花束要送給申夏莉，已知花店製作的 10 束花束中有 2 束是申夏莉不喜歡的藍色。姜泰武社長的驗貨方式為「從中任意拆開 3 束花束檢查，若有藍色的則整批退回，否則全部買下」，今一束花束的成本為 320 元（不論顏色），並以一束 1050 元的價格賣給姜泰武社長，則此花店獲利(營收扣除成本)的期望值為_____元。
11. 若每次占卜時，九天玄女會把 5 顆不同的爆米花隨機放入 3 個不同的碗中，已知爆米花會被全部放進碗中，而每一個有裝有爆米花的碗會向顧客酌收 81 元的清潔費，則找九天玄女占卜一次所需支付的清潔費之期望值為_____。
12. 求 $\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^6 (x+1)^2$ 展開式中 x^4 的係數為_____。
13. 袋子裡有編號為 1,2,3,...,10 的球各一顆，從袋子裡隨機一次取出兩顆球，每顆球被取到的機會均等，則取出來的兩球編號乘積的期望值為_____。