

# 110 學年度第二學期第三次定期考高一數學試題

命題範圍：學資第二冊第四章三角函數

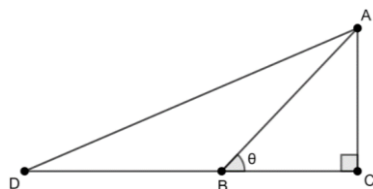
## 一、填充題

1. 求  $9527^\circ$  的最小正同界角為\_\_\_\_\_。
2. 求  $9\sin^2 30^\circ - 5\cos^2 30^\circ + 2\cos^2 60^\circ + 7\tan^2 45^\circ$  的值為\_\_\_\_\_。
3. 求  $\cos(-240^\circ) \cdot \cos 360^\circ \cdot \sin 450^\circ + \sin 135^\circ \cdot \cos 315^\circ \cdot \cos 900^\circ + \tan(-210^\circ) \cdot \tan 300^\circ \cdot \sin 630^\circ$  的值為\_\_\_\_\_。

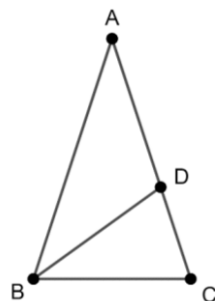
4. 設  $\theta$  為銳角，若  $\sin \theta - \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ ，求  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$  的值為\_\_\_\_\_。

5. 如圖， $\sin \theta = \frac{21}{29}$ ，在射線  $\overrightarrow{CB}$  上取  $D$  點使得

$\overline{BD} = \overline{BA}$ ，求  $\tan \frac{\theta}{2}$  的值為\_\_\_\_\_。



6. 如圖，若  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且  $\overline{AD} = \overline{DB} = \overline{BC} = 2$ ，求  $\overline{AB}$  的長度為\_\_\_\_\_。



7. 若  $\sin \alpha = \cos \theta \cdot \cos \gamma$ ，且  $\sin \beta = \sin \theta \cdot \cos \gamma$ ，求  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$  的值為\_\_\_\_\_。
8. 設  $\theta$  為第二象限角，若  $\sqrt{1 + 2\sin 260^\circ \cos 260^\circ} - \sqrt{1 - 2\sin 260^\circ \cos 260^\circ} = 2 \cdot \sin \theta$ ，求  $\theta$  的度數為\_\_\_\_\_。
9. 設  $\theta$  為第三象限角，若  $2\sin^2 \theta - 8\sin \theta \cos \theta - 19\cos^2 \theta = 1$ ，求  $\tan \theta$  的值為\_\_\_\_\_。
10. 設  $\theta$  為第四象限角，若  $\tan \theta = -3$ ，求  $\sin(180^\circ + \theta) \cos(90^\circ + \theta) + \cos(180^\circ + \theta) \sin(270^\circ + \theta) + \tan(-\theta) \tan(180^\circ - \theta)$  的值為\_\_\_\_\_。

11. 在  $\triangle ABC$  中，令  $\angle A, \angle B, \angle C$  所對應的對邊長依序為  $a, b, c$ ，設  $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$  上的高依序為  $h_a, h_b, h_c$ ，若  $\tan A = -1, \tan B = \frac{1}{2}, \tan C = \frac{1}{3}$ ，求  $\frac{abc}{h_a h_b h_c}$  的值為\_\_\_\_\_。
12. 在  $\triangle ABC$  中，令  $\angle A, \angle B, \angle C$  所對應的對邊長依序為  $a, b, c$ ，設  $\overline{AD}$  平分  $\angle A$  且交  $\overline{BC}$  於點  $D$ ，若  $(a-2b+c)^2 + (2a-b-3c)^2 = 0$ ，求  $\overline{AD}$  的長度為\_\_\_\_\_。因題目有誤，故此題送分。
13. 在極坐標中，若  $\Gamma = \{[r, \theta] | 1 \leq r \leq 3, 45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ\}$ ，求  $\Gamma$  的面積為\_\_\_\_\_。
14. 在  $\triangle ABC$  中，若  $(\sin B + \sin C) : (\sin C + \sin A) : (\sin A + \sin B) = 3 : 3 : 4$ ，求  $\cos A : \cos B : \cos C$  的比例為\_\_\_\_\_。
15. 坐標平面上，設兩直線  $L_1: x + y + 111 = 0$ 、 $L_2: x - \sqrt{3}y + 2022 = 0$ ，求  $L_1$  與  $L_2$  的銳夾角為\_\_\_\_\_。
16. 設  $y = \cos^2 x + \sin x$ ，而  $x$  可為任意角度，求  $y$  的最小值為\_\_\_\_\_。
17. 如圖，設  $\overline{PQ} = 200$ ，從  $P, Q$  兩點觀測  $A, B$  兩點，得  $\angle APB = \angle AQP = \angle AQB = 60^\circ$ 、 $\angle BPQ = 30^\circ$ ，求  $\overline{AB}$  的長度為\_\_\_\_\_。
18. 如圖，點  $P$  為山頂，點  $Q$  為山腳，從地面上的  $C, D, E$  三點測得山頂  $P$  的仰角分別為  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ，而  $C, D, E$  三點共線且  $D$  在  $C, E$  之間，若  $\overline{CD} = 600$ ， $\overline{DE} = 400$ ，求山高  $\overline{PQ}$  的長度為\_\_\_\_\_。
19. 圓內接四邊形  $ABCD$  中，設  $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{BC} = 3$ 、 $\overline{CD} = 6$ 、 $\overline{DA} = 5$ ，求四邊形  $ABCD$  的面積為\_\_\_\_\_。
20. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A = 60^\circ$ ，周長為 20，外接圓的半徑為  $\frac{7}{\sqrt{3}}$ ，求內切圓的半徑為\_\_\_\_\_。

