

北一女中 110 學年度 第一學期 第一次期中考高二數學科試題(數學 A)

一. 填充題 (每格 6 分，共 30 分)

說明：第 1 至 5 題，每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣。

1. 一扇形的半徑為 6，且此扇形面積為 27，則此扇形周長為_____。

2. 已知 $0 \leq x < \pi$ ，則不等式 $\cos 2x \leq \frac{1}{2}$ 解的範圍為_____。



圖(一)

3. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\tan A = -\frac{12}{5}$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，則 $\tan C$ 之值為_____。

4. 如圖(一)，圖中的方格都是正方形，其中 α, β 為斜線與鉛直線的夾角，則 $\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$ 之值為_____。

5. 已知直線 M 過原點，且與直線 $L: 4x - 3y + 2021 = 0$ 之夾角為 45° ，則直線 M 的方程式為_____。

二. 單選題 (每題 5 分，共 15 分)

說明：第 6 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或書寫多於一個選項者，該題以零分計算。

6. 對於一個角的大小，我們可以用”強”與”度”表示。請問下列五個選項的中位數是哪一個？

- (1) $\sin 1$ (2) $\sin 2^\circ$ (3) $\cos 3$ (4) $\cos 4^\circ$ (5) $\tan 5$

7. 若 x 為實數，則 $2 + 10\sin x = x$ 的解有幾個？

- (1) 3 個 (2) 6 個 (3) 7 個 (4) 8 個 (5) 無限多個

8. 下列四個函數中，週期為 π 的有幾個？ $y = \tan x$ ， $y = \sin(-2x)$ ， $y = |\sin x|$ ， $y = |\sin x + \cos x|$

- (1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個

三. 多重選擇 (每題 10 分，共 30 分)

說明：第 9 題至第 11 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 8 分；答錯 2 個選項者，得 6 分；答錯 3 個選項者，得 4 分；答錯 4 個選項者，得 2 分；未作答或全答錯，該題以零分計算。

9. 海水的水位受到太陽、月球引力以及地球自轉的影響，每天早晚都各有一次水位的漲落，早稱之為潮，晚稱之為汐。海面上升達最高時，稱為滿潮 (High water)；海面下降至最低時，稱為乾潮 (Low water)。由乾潮至滿潮的期間，稱為漲潮 (Flood)；而由滿潮至乾潮的期間，則稱為落「退」潮 (Ebb)。自某一次滿潮至下一次滿潮，或由某一次乾潮至下一次乾潮的時間，稱為潮汐的週期 (Period of tide)。滿潮與乾潮之海面高度差稱為潮差 (Tidal range)。對事物充滿好奇的小澄，觀察某港口的水深(y 公尺)與時間(x 時)的關係，如表(二)。

表(二)

時間(時)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
水深(公尺)	16	10	4	4	10	16	16	10	4	4	10	16	16

聰明的小澄認為潮汐是週期變化， x 與 y 的關係可用下面的式子表示

$$y = a \sin(bx + \theta) + d, \text{ 其中 } a > 0, d > 0, b > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$$

依據小澄的推論與觀察的數據，下列哪些選項是正確的？

- (1) 潮差超過 12 公尺 (2) 潮汐的週期為 10 小時 (3) 觀察當天第一次乾潮約在上午 5 時
(4) $a = 4\sqrt{3}$ (5) 連續水深超過 7 公尺的時間少於 8 小時

10. 在坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸的正向，且滿足 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ 。

若 θ 的終邊上有一點 P ，其 y 坐標為 -12 ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) P 的 x 坐標是 -16 (2) $\overline{OP} = 20$ (3) $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ (4) $\sin 2\theta > 0$ (5) $\cos \frac{\theta}{2} < 0$

11. 已知 x, y 為滿足下列函數定義域的實數，則下列哪些選項的敘述是正確的？

- (1) $\sin(x+y) = \sin x + \sin y$ (2) $\tan \frac{x}{2} \cdot \sin x \geq 0$ (3) 若 $\sin 2x = 2 \sin x$ ，則 $\cos x = 1$
 (4) $\cos 2x \leq \cos^2 x$ (5) 若 $\tan x \cdot \tan y = 1$ ，則 $x+y = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ， k 為整數

四. 配合題 (每格 2 分，共 10 分)

12. 小達利用 DESMOS 輸入以下八個函數(公~良)，

(公) $y = \sin x$ ，(誠) $y = \sin \frac{x-2}{2}$ ，(勤) $y = \sin(\frac{x}{2}-2)$ ，(毅) $y = 2 + 2 \sin x$ ，(溫) $y = \sin 2(x-2)$ ，(良) $y = \sin(2x-2)$

得到函數所畫出的六條曲線，再用剪輯工具剪輯出部分圖形(禮~數)，如圖(三)。請回答下列問題。

(1) $y = \sin x$ 所對應的圖形為_____。

(2) $y = 2 + 2 \sin x$ 所對應的圖形為_____。

(3) $y = \sin \frac{x-2}{2}$ 所對應的圖形為_____。

(4) 將 $y = \sin x$ 的圖形水平平移 2 單位，

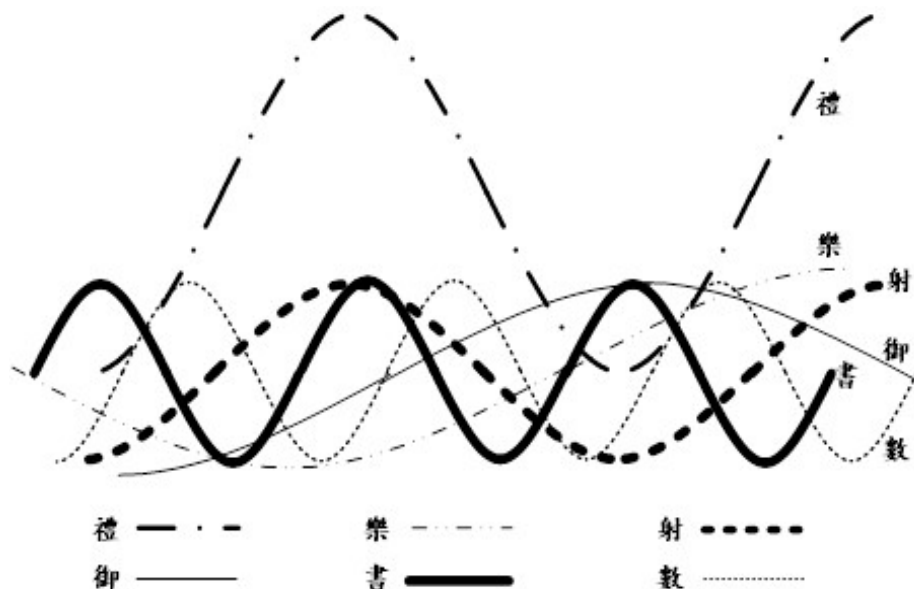
再水平伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍(以 y 軸為基準)

所對應的函數為_____。

(5) 將 $y = \sin x$ 的圖形水平伸縮 2 倍

(以 y 軸為基準)，再水平平移 2 單位

所對應的函數為_____。



圖(三)

五. 混合題 (共 15 分)

說明：本部分答案必須寫在「答題區」上。若因字跡潦草，未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法辨識，其後果由考生自行承擔。非選擇題必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分，每一題配分標於題末。

13. 已知 $0 \leq x < 2\pi$ ，求 $g(x) = \cos^2 x + \sin x - 1$ 之最大值與最小值，並求其對應的 x 值。(6 分)

14. 將 $f(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 110$ 表示成 $r \cos(x-\theta) + d$ 的形式，其中 $r > 0, d > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ ，則 θ 的值為下列何者？

- (1) $\frac{5\pi}{3}$ (2) $\frac{4\pi}{3}$ (3) $\frac{2\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{3}$ (5) 以上皆非 (單選題，2 分)

15. 承 14，若 $0 \leq x \leq \pi$ ，求 $f(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 110$ 之最大值與最小值，並求其對應的 x 值。(7 分)

北一女中

110 學年度
第一學期

第一次期中考高二數學科(數學 A)答案卷

班級:_____

姓名:_____

座號:_____

分數:_____.

一. 填充題 (6 分/格，共 30 分)

1.	2.	3.	4.	5.

二. 單選題 (5 分/題，共 15 分)

6.	7	8.

三. 多重選擇題 (10 分/題，共 30 分)

9.	10.	11.

四. 配合題 (2 分/格，共 10 分)

12.(1)	12.(2)	12.(3)	12.(4)	12.(5)

五.混合題(共 15 分)

北一女中 ^{110 學年度} 第一學期 第一次期中考高二數學科(數學 A)參考答案

一. 填充題 (6 分/格，共 30 分)

1.	2.	3.	4.	5.
21	$\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$	$\frac{16}{63}$	5	$7x+y=0$ 或 $x-7y=0$

二. 單選題 (5 分/題，共 15 分)

6.	7	8.
(2)	(3)	(5)

三. 多重選擇題 (10 分/題，共 30 分)

9.	10.	11.
(1)(3)(4)(5)	(1)(2)(3)(4)	(2)(4)(5)

四. 配合題 (2 分/格，共 10 分)

12.(1)	12.(2)	12.(3)	12.(4)	12.(5)
射	禮	御	良	誠

五. 混合題 (共 15 分)

13. Ans. 最大值 $\frac{1}{4}$ ($x=\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$) 最小值 -2 ($x=\frac{3\pi}{2}$) (6 分)

14.(1) (2 分)

15. Ans. 最大值 111 ($x=0$) 最小值 108 ($x=\frac{2\pi}{3}$) (7 分)