

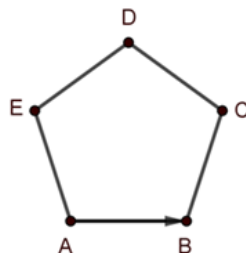
110 學年度第一學期第三次定期考高二數 A 試題

命題範圍：第一章平面向量

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

1. 正五邊形 $ABCDE$ 中，下列各值何者最小？

- (A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ (B) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE}$ (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB}$
(D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ (E) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CE}$ 。



2. 已知 $\vec{a} = (-2, 3)$ ， $\vec{b} = (-1, k)$ ，且 $(\vec{a} + 3\vec{b}) \parallel (2\vec{a} - \vec{b})$ ，則實數 k 等於

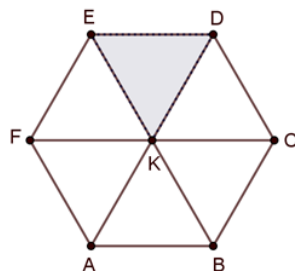
- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) 0 (D) $-\frac{3}{2}$ (E) $-\frac{21}{4}$ 。

3. 已知向量 $\vec{a} = (3, -4)$ ， $\vec{b} = (-6, -8)$ ， $|\vec{c}| = 4$ ，又 $\vec{a}$ 與 $\vec{c}$ 的夾角等於 $\vec{b}$ 與 $\vec{c}$ 的夾角，則 $\vec{c}$ 可能是下列哪個向量？

- (A) $(0, 4)$ (B) $(0, -4)$ (C) $(-4, 0)$ (D) $(2\sqrt{3}, -2)$ (E) $(-2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$ 。

4. 如右圖所示， K 為正六邊形 $ABCDEF$ 之中心。試問下列哪個向量的終點 P 落在 $\triangle KDE$ 的內部（不含邊界）？

- (A) $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$ (B) $\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AF}$
(C) $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AF}$ (D) $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AF}$
(E) $\overrightarrow{AP} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{3}\overrightarrow{AF}$ 。



二、多重選擇題（每題 8 分，共 48 分）

每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 為平面上三個非零向量，則下列選項哪些是正確？
- (A) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$ (B) $\left| \vec{a} \right| \left| \vec{b} \right| \leq (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$
- (C) $\left| \vec{a} - \vec{b} \right| \geq \left| \vec{a} \right| - \left| \vec{b} \right|$ (D) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 且 $\vec{b} \parallel \vec{c}$ 則 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$
- (E) $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影與 $\vec{b}$ 同向。
2. 設 A, B, C 為平面上相異三點， O 為平面上任一點，試問下列選項何者能得到 A, B, C 三點必共線？
- (A) $\vec{OC} = \frac{1}{3}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB}$ (B) $\vec{OA} = \frac{4}{9}\vec{OB} + \frac{5}{9}\vec{OC}$
- (C) $\vec{OC} = \frac{5}{3}\vec{OA} - \frac{2}{3}\vec{OB}$ (D) $\vec{AB} \cdot \vec{OC} = 0$
- (E) $\vec{AC} + 2\vec{AB} = \vec{0}$ 。
3. 設 $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2)$ 且 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = -6$ ，則下列選項哪些是正確的？
- (A) $\begin{vmatrix} a_1 + 2a_2 & b_1 + 2b_2 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 6$ (B) $\sqrt{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2} = 3$
- (C) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 所決定的平行四邊形面積為 6
- (D) $\vec{a}$ 與 $2\vec{a} + 3\vec{b}$ 所決定的平行四邊形面積為 18
- (E) $-\vec{a} + 2\vec{b}$ 與 $5\vec{a} - 6\vec{b}$ 所決定的平行四邊形面積為 24。
4. 已知 P 為 $\triangle ABC$ 的內部一點，且 $\vec{AP} = \frac{2}{15}\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC}$ ，延長 $\vec{AP}$ 交 $\vec{BC}$ 於 D 點，則下列選項哪些是正確？
- (A) $\overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 2$ (B) $\overline{AP} : \overline{PD} = 1 : 3$
- (C) 若 $\triangle ABP$ 的面積為 6，則 $\triangle ACP$ 的面積為 4
- (D) 若 $\triangle ABP$ 的面積為 6，則 $\triangle ABC$ 的面積為 36
- (E) 若 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 2$ ，則 $\angle BAD = \angle CAD$ 。
5. $\triangle ABC$ 中， $A(2, 1)$ 、 $B(5, -3)$ 、 $C(0, 2)$ ，由 B 點對直線 AC 作垂線，垂足為 D ，則下列選項哪些是正確？
- (A) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -10$ (B) $\vec{AD} = (4, -2)$
- (C) D 點坐標為 $(6, -1)$ (D) 由 $\vec{AB}$ 與 $\vec{AC}$ 所張成的三角形面積為 5
- (E) $\overline{BD} = \sqrt{5}$ 。

6. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 4$ ，且 $\angle BAC = 120^\circ$ ，已知 $\overline{AK}$ 是 $\triangle ABC$ 外接圓的直徑，令 $\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則下列選項哪些是正確？
- (A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 12$ (B) $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AB} = 36$ (C) $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AC} = 16$
 (D) $x = \frac{4}{3}$ (E) $y = \frac{7}{3}$ 。

三、填充題（每格 6 分，共 18 分）

1. 設 $\vec{a} = (3, 2)$ ， $\vec{b} = (-2, 1)$ ，當 $t = t_0$ 時， $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 有最小值 m ，則數對 $(t_0, m) = \underline{\hspace{1cm}} \text{ (A) } \underline{\hspace{1cm}}$ 。
2. 平面上兩向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ ，且已知 $|\vec{a}| : |\vec{b}| : |\vec{a} + \vec{b}| = 1 : 2 : \sqrt{3}$ 。若 $\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夾角為 θ ，則 $\cos^2 \theta$ 之值為 (B) 。
3. 已知 $\vec{a} = (5, -12)$ ， $\vec{b} = (3, 1)$ ，若向量 $\vec{c}$ 滿足 $\vec{c} \cdot \vec{a} = -2$ ，則 $|\vec{b} + \vec{c}|$ 的最小值為 (C) 。

四、計算題（共 10 分）

如右圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中， E 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AE} = 2\overline{EB}$ ， F 在 $\overline{CD}$ 上， $\overline{CF} = 2\overline{FD}$ ， M 為 $\overline{BC}$ 的中點， $\overline{EF}$ 與 $\overline{DM}$ 交於 P ，若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ，求 x, y 之值。

