

110 學年度第一學期第二次定期考高二數 A 試題

命題範圍：第二章指數與對數函數

一、單選題（每題5分，共25分）

1. 使對數 $\log_{(x-2)}(-x^2+8x-7)$ 有意義的整數 x 共有多少個？
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6。
2. 下列哪一個選項中的數最小？
(A) $(\frac{1}{3})^{(\frac{1}{3})}$ (B) $(\frac{1}{2})^{(\frac{1}{3})}$ (C) $(\frac{1}{3})^{(\frac{1}{2})}$ (D) $(\frac{1}{3})^{\log_3 2}$ (E) $(\frac{1}{2})^{\log_2 3}$
3. 兩直線 $y=2$ 及 $y=6$ 與曲線 $y=3^x$ 分別交於 P, Q 兩點，則 $\overline{PQ} = ?$
(A) $\sqrt{13}$ (B) $\sqrt{15}$ (C) $\sqrt{17}$ (D) $\sqrt{19}$ (E) $\sqrt{21}$ 。
4. 若 $6\log_n 81$ 為正整數，則符合條件的正整數 n 共有多少個？
(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 10 (E) 12。
5. 若正實數 a, b, c 滿足 $\log_5 a = 10$ ， $\log_5 b = 11$ ， $\log_5 c = 12$ ，則 $\log_5(a+b+c)$ 最接近下列哪一個選項的值？
(A) 7 (B) 12 (C) 17 (D) 22 (E) 37。

二、多重選擇題（每題 8 分，共 32 分）

每題至少有一個選項正確，各題之選項獨立判斷，所有選項均答對得 8 分；只錯 1 個選項得 5 分；只錯 2 個選項得 2 分；未作答或答錯多於 2 個選項，該題以零分計算。

1. 對於函數 $y = \log_2 x$ 圖形的描述，下列敘述何者正確？
(A) 若 k 為實數，則 $y = \log_2 x$ 圖形和直線 $y = k$ 都恰有一個交點
(B) $y = \log_2 x$ 圖形和 $y = -\log_2 x$ 圖形對稱於 Y 軸
(C) $y = \log_2 x$ 圖形和 $y = 2^x$ 圖形對稱於直線 $y = x$
(D) 將 $y = \log_2 x$ 圖形向右移 3 單位，再向上移 1 單位，可得新圖形方程式為 $y = \log_2(2x-3)$
(E) 若 x_1 與 x_2 均為正數，則 $\log_2 \left(\frac{x_1+x_2}{2} \right) \geq \frac{\log_2 x_1 + \log_2 x_2}{2}$
2. 下列敘述何者正確？
(A) $2^x = 2^{-x}$ 恰有 1 個實根
(B) $2^x = 2x$ 恰有 1 個實根
(C) $2^x = x^2$ 恰有 3 個實根
(D) $2^{-x} = -\log_2 x$ 恰有 1 個實根
(E) $2^{-|x|} = |\log_2 x|$ 恰有 2 個實根。

3. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ 且 $x = 2^{2021}$ ，則下列敘述哪些是正確的？
 (A) x 的個位數字為 2 (B) x 為 608 位數 (C) x 的最高位數字為 2
 (D) 當 $\frac{1}{x}$ 表成小數時，在小數點後第 607 位始出現不為 0 的數字
 (E) 當 $\frac{1}{x}$ 表成小數時，在小數點後的第 1 個不為 0 的數字為 4。
4. 設 $y = x^{4-\log x}$ ，且 $10 \leq x \leq 10000$ ，則下列敘述何者正確？
 (A) $1 \leq \log x \leq 4$ (B) 當 $x = 10$ 時， y 有最小值
 (C) 當 $x = 10000$ 時， y 有最大值 (D) y 的最小值為 1
 (E) y 的最大值為 4

三、填充題（每題 6 分，共 30 分）

1. 設 $y = b + \log_a x$ 的圖形通過點(1,2)，而其與直線 $y = x$ 成對稱的圖形通過點(4,25)，則 $a+b$ 之值為 _____。
2. 已知 $\log_7(7^x + 49) = \frac{x}{2} + 1 + \log_7 2$ ，則實數 $x =$ _____。
3. 設實數 x 滿足 $0 < x < 1$ ，且 $\log_x 8 - \log_2 x = 2$ ，則 x 之值為 _____。
4. 某種濾過性病毒有害人體，某人將此病毒 100 個吸進體內，已知此病毒在人體內每隔 6 小時就會分裂成 2 個，當體內達到 1 億個病毒時身體就會出現異常反應，在此期間則稱為潛伏期，請問此病毒在體內的潛伏期大約有 _____ 天 ($\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)。
5. 設地震的芮氏規模 r 和震央所釋放出來的能量 E ，有如下的關係：
 $\log E = ar + b$ ，其中 a, b 為實數，已知每當地震的震級規模增加兩級時，震央所釋放出來的能量是原來的 1000 倍，則每當地震的震級規模增加一級時，震央所釋放出來的能量會是原來的 _____ 倍。

四、計算題（共13分）

請寫出計算過程或證明過程，否則不予計分

1. 設 x 為實數且函數 $f(x) = 2(4^x + 4^{-x}) - 3(2^x + 2^{-x}) - 1$ ，則
 (1) 令 $t = 2^x + 2^{-x}$ ，求 t 的範圍，並將此函數 $f(x)$ 表示為 t 的函數。(5 分)
 (2) 函數 $f(x)$ 的最小值為？及此時的 x 值為？(5 分)
 (3) 解方程式 $f(x) = 0$ (3 分)