

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第一次期中考 題目卷
命題範圍：高中數學第一冊 數與式

本試卷題型均可以自行判斷採用計算器為計算工具，允許的計算器機型限定下列四款：

E-More FX-127、Fuhbao FX-180、Canon F-502G、Casio FX-82Solar(II)

第壹部分、選擇與填充題（占 82 分）

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請在答案卷之「單選題答案區」作答。各題答對者，得 5 分；答錯或未作答者，該題以零分計算。

1. 請問 $\sqrt{3-2\sqrt{10}}$ 、 $\frac{1}{\sqrt{10}}$ 、 $(-10)^{\frac{1}{2}}$ 、 $\log\sqrt{10}$ 、 $10^{-\frac{1}{2}}$ ，在數線上代表多少個相異點？
(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個
2. 將 $\frac{1}{7} + \frac{1}{3}$ 化成小數後，求小數點後第 2021 位數的數字？
(1) 4 (2) 7 (3) 1 (4) 9 (5) 0

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項在答案卷之「多選題答案區」作答。各題之選項獨立判定，每答對一個選項得 2 分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 下列選項何者正確？
(1) 若 a, b, c, d 皆為實數，且 $a + b\pi = c + d\pi$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$
(2) 無理數和有理數之間，至少存在一個無理數
(3) 若 $3a + b$ 為有理數， $a - 2b$ 為有理數，則 a, b 皆為有理數
(4) 給定一個單位線段長，可用尺規作圖畫出 $\frac{110}{2021} + 12\sqrt{12}$ 的線段長。
(5) $\frac{1}{43}$ 為一個不循環的無窮小數

4. 已知 $-1 < x < 3$ ， $2 < y < 5$ ，下列選項何者正確？

(1) $9 < x + 5y < 28$

(2) $-8 < 3x - y < 7$

(3) $2 < x^2y < 45$

(4) $\frac{-1}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{5}$

(5) $xy - x + y + 7$ 的最小值為 8

5. 已知在數線上，設 $A(a), B(b)$ ，且 $a < b$ ，下列選項何者正確？

(1) 若點 $C(x)$ 在直線 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AC} : \overline{BC} = 1:1$ ，可知 $x = \frac{a+b}{2}$ 。

(2) 若點 $D(x)$ 在直線 $\overline{AB}$ 上，且滿足 $|x-a| = 2|x-b|$ ，可知 $x = \frac{2b+a}{3}, 2b-a$ 。

(3) 數線上五點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(\frac{3a+b}{4})$ 、 $Q(\frac{2a+3b}{5})$ 、 $R(\frac{-2a+9b}{7})$ ，且 $a < b$ ，
可知 $A(a)$ 在數線的最左邊。

(4) 設數線上兩點 $C(\frac{a+b}{2})$ 、 $S(\frac{a+b}{3})$ ，若 $\overline{CS}$ 長度為 10，可知 $\overline{AB}$ 長度為 60。

(5) 設數線上有一點 $S(\frac{a+b}{3})$ ，若 $a < b < 2a$ 時， S 在 A 的左方。

三、填充題（占 49 分）

說明：1. 第 6 題至第 12 題，請將正確答案在答案卷之指定欄位處作答。

2. 每一格 7 分，需完全答對才給分。

6. 已知 $a^x - a^{-x} = 2\sqrt{2}$ ，求 $a^{3x} - a^{-3x}$ 之值

7. 已知 $|ax-5| < b$ 的解區間為 $(-\frac{8}{3}, -\frac{2}{3})$ ，求數對 (a, b) 。

8. 設 $a = \frac{1}{2\sqrt{10}-6} + \frac{1}{2\sqrt{10}+6}$ ， a 的小數部份為 b ，求 $\log(2a + 4b + \frac{4}{b})$ 之值。

9. 已知 $\frac{7a5b}{36}$ 為一整數，且 $7a5b$ 為完全平方數，求 $0.\overline{ab}$ 化為分數之值。

10. 若 x, y 為實數，且 $x + 3y = 6$ ，則 $10^x + 1000^y$ 的最小值為何？

11. 試求滿足 $|x-30| < 3|x-50| < |x+30|$ 的解，其區間長度為：

12. 為了方便表示很大的整數，1976 年美國電腦科學家高德納(Donald Knuth)設計出一種箭號表示法用來表示很大的整數。其記錄方法如下：定義雙箭

號 $\uparrow\uparrow$ 為重複的冪運算： $a \uparrow\uparrow b = a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{\cdot^a}}}}}$ 。
 b 個

例如： $5 \uparrow\uparrow 2 = 5^5 = 3125$ ， $3 \uparrow\uparrow 3 = 3^{3^3} = 3^{27} = 7625597484987$

試求， $2 \uparrow\uparrow 5$ 是多少位數？

第貳部分、混合題或計算證明題（占 11 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與填充題在欄位處作答。計算證明題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-14 題為題組

疫情升溫，許多患者看似正常，血氧濃度卻已低到亮紅燈，民眾紛紛搶買血氧計，避免「快樂缺氧」（Happy Hypoxia）上身。正常來說，人體血氧濃度應高於 93%，一旦低於 93%就屬異常，低於 90%就需以氧氣治療，低於 80%恐損害器官功能。

摘錄自 2021.06.18 中央社報導

已知血氧飽和濃度 $SpO_2\%$ 的計算公式

$$SpO_2\% = \frac{\text{氧合血紅蛋白濃度}(g/dL)}{\text{血紅素濃度}(g/dL)} \times 100\%$$

，市面上血氧計(含穿戴裝置的血氧計功能)測得之讀數為血氧飽和濃度 $SpO_2\%$ 的數據，其誤差為 $\pm 2(\%)$ 。

例：小綠在某天早上利用智慧錶測得血氧飽和濃度 $SpO_2\%$ 為 96%，則其可能的血氧飽和濃度 $SpO_2\% = 96 \pm 2\%$ 。

13. 小綠在健檢時得知自己的血紅素濃度為 $16(g/dL)$ 。當氧合血紅蛋白濃度低於 $x(g/dL)$ 時，就為異常狀態，因此小綠使用血氧計檢測得到 $SpO_2\%$ 的數據再進行換算。

請問若為異常狀態 93%時， x 的範圍符合哪一個不等式？(單選題，4 分)

(1) $|x - 0.93| \leq 0.02$ (2) $|x - 93| \leq 2$ (3) $|x - 14.88| \leq 0.32$ (4) $|x - 14.88| \leq 3.2$

14. 已知血氧飽和濃度會依所在海拔而遞減，當血氧飽和濃度小於 90% 時，會出現運動能力下降、嗜睡等症狀，小於 80% 會出現頭痛、呼吸困難等急性高山症症狀。小綠跟班上同學去登山，發現自己出現運動能力下降、嗜睡，但並未出現頭痛、呼吸困難等症狀。請問小綠此時使用智慧穿戴裝置的血氧計功能檢驗，可能檢測出的血氧飽和濃度 $SpO_2\%$ 範圍若為 $x\%$ ，在考慮其誤差值的情況下，求 x 的範圍？(填充題，以區間符號代表，4 分)。

15. 已知 $\sqrt[3]{4}$ 為無理數，試證明 $\sqrt[3]{2}$ 為無理數。(計算證明題，3 分)

If people do not believe that mathematics is simple, it is only because they do not realize how complicated life is.

~John von Neumann

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第一次期中考 答案卷
命題範圍：高中數學第一冊 Ch1 數與式

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題：占 10 分，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，各題答對者，得 5 分；答錯或未作答者，該題以零分計算。

1.		2.	
----	--	----	--

二、多重選擇題：占 30 分，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項在答案卷之「多選題答案區」作答。各題之選項獨立判定，每答對一個選項得 2 分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3.		4.	
----	--	----	--

三、填充題：占 49 分，每一格 7 分，需完全答對才給分。

6.		7.	
8.		9.	
10.		11.	
12.		13.	

四、混合題組：占 11 分，每一子題配分標於題末。選擇題與填充題在欄位處作答。計算證明題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13.	
14.	

15.	
-----	--

(計算證明題，3 分)

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第一次期中考 答案卷
 命題範圍：高中數學第一冊 Ch1 數與式

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題：占 10 分，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，各題答對者，得 5 分；答錯或未作答者，該題以零分計算。

1.	2	2.	4
----	---	----	---

二、多重選擇題：占 30 分，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項在答案卷之「多選題答案區」作答。各題之選項獨立判定，每答對一個選項得 2 分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1.	2,3,4	2.	1,2	3.	1,2,3,5
----	-------	----	-----	----	---------

三、填充題：占 49 分，每一格 7 分，需完全答對才給分。

6.	$22\sqrt{2}$	7.	(-3,3)	8.	$\frac{3}{2}$	9.	$\frac{2}{33}$
10.	2000	11.	45	12.	19729		

四、混合題組：占 11 分，每一子題配分標於題末。選擇題與填充題在欄位處作答。計算證明題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13.	3	(單選題，4 分)
14.	[78,92)	(填充題，4 分)

15.	設 $\sqrt[3]{2} = p$ 為有理數，則 $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} = p^2$，由有理數四則運算的封閉性知為有理數，與原假設矛盾，因此 $\sqrt[3]{2}$ 為無理數 (計算證明題，3 分)
-----	--

