

台北市立第一女子高級中學 110 學年度 第二學期

高二數 A 第二次期中考 範圍：第 2、3 章

一、填充題（共 81 分。）

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
填充 得分	8	16	24	32	40	46	52	57	61	65	69	73	77	81

- 已知 $A(-1, 7, 4)$ 、 $B(3, 5, -2)$ ，則 $\overline{AB}$ 的垂直平分面方程式為 (A)。
- 已知空間中有一個四面體 $OABC$ ，其中 $\overline{OA}=1$ 、 $\overline{OB}=2$ 、 $\overline{OC}=8$ ，且 $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ 兩兩垂直。
 - O 點到平面 ABC 的距離為 (B)。
 - 令平面 OAB 與平面 ABC 的銳夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ (C)。
- 已知空間中兩直線 $L_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-9}{-1}$ 與 $L_2: \frac{x-10}{-2} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{5}$ 交於一點 P ，則 P 點坐標為 (D)。
- $P(8, 5, 11)$ 到 $E: 4x - y - 3z - 72 = 0$ 的投影點為 (E)。
- 有一光線從 $A(1, 1, 1)$ 射向鏡面 E 上的一點 $B(3, -1, 2)$ ，反射後通過點 $C(-5, 0, -2)$ ，則鏡面 E 的方程式為 (F)。

6. 假設每一胎生女或生男的機率都是 $\frac{1}{2}$ 。剛入學的小綠認識了新同學小青。

兩人聊天時，小青說：「我有兩個兄弟姊妹，我在家中排行……」，
話講到一半沒說完，小青就被老師找過去了。請問：

- (1) 小青排行老大的機率為 (G)。
(2) 小青有妹妹的機率為 (H)。

7. 小綠有 2 枚硬幣，其中一枚硬幣 X 投擲後出現正、反面的機率均為 $\frac{1}{2}$ ，另一枚

硬幣 Y 則是投擲後出現正面的機率為 $\frac{3}{4}$ 、出現反面的機率為 $\frac{1}{4}$ 。同學小青從小綠那裡隨機借取一枚硬幣，連續投擲 5 次（這 5 次投擲的結果互不影響）都出現了正面，則這枚硬幣是 X 的機率為 (I)。

8. 小綠投擲 3 個公正骰子，每個骰子出現的點數互不影響。

- (1) 3 個骰子點數都相異的機率為 (J)。
(2) 小綠投擲骰子 n 次（每次都投擲 3 個公正骰子），至少有一次「3 個骰子點數都相異」的機率超過 90%，則 n 的最小可能值為 (K)。

9. 若兩平面 $E_1: x + y + z = -1$ 與 $E_2: x - 2y - z = 5$ 的交線為 L ，

且直線 L 的方程式為 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ ，則四元序對 $(y_0, z_0, b, c) =$ (L)。

10. 空間中兩歪斜線為 $L_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-1}$ 與 $L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-10}{-3} = \frac{z-8}{2}$ 。

若 L_1 上有一點 A 、 L_2 上有一點 B ，使得 $\overline{AB}$ 就是 L_1 、 L_2 的公垂線段，
則 A 點的坐標為 (M)。

11. 已知 A 、 B 為獨立事件。若 $P(A \cap B') = \frac{1}{6}$ ，且 $P(A' \cap B) = \frac{1}{4}$ ，
則 $P(A \cap B) = \underline{\quad(N)\quad}$ 。(兩解)

二、混合題（共 19 分，除了第 1 題的(2)，其餘題目均需寫出解題過程。

請務必表現出「高中生應有的論證層次與書寫表達能力」。)

1. 同班的小綠、小青與另外 8 位同學要參加「10 人 11 腳」的趣味競賽。
他們用抽籤隨機決定各自的位置。若 A 事件表示「小綠排第一位的方法」，
 B 事件表示「小青排第二位的方法」。請問：
- (1) 試求 $P(A \cap B)$ 之值。(4 分)
- (2) A 與 B 是否為獨立事件？(3 分)
2. 空間中有平面 $E: x - y + 2z = 2$ 與 $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-4}{-5}$ 。
- (1) 若平面 E 與直線 L 的交點為 P ，試求 P 的坐標。(4 分)
- (2) 若直線 L 對平面 E 的投影直線為 L' ，試寫出 L' 的比例式。(9 分)
- (3) 若直線 L 與直線 L' 的銳夾角為 θ ，試求 $\cos \theta$ 之值。(4 分)

台北市立第一女子高級中學 110 學年度 第二學期

高二數 A 第二次期中考 答案卷

班級：二年_____班 座號：_____ 姓名：_____

一、填充題（共 81 分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
填充得分	8	16	24	32	40	46	52	57	61	65	69	73	77	81

(A)		(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	
$2x - y - 3z + 7 = 0$		$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{9}$	$(8, -1, 7)$	$(20, 2, 2)$	$2x - y + z = 9$	
(G)	(H)	(I)	(J)	(K)	(L)	(M)	(N)
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{32}{275}$	$\frac{5}{9}$	3	$(-2, 0, 2, -3)$	$(1, 2, 3)$	$\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{12}$

二、混合題（共 19 分）

1. (4 分 + 3 分 = 7 分)

(1) 由題意可知 $P(A) = \frac{1}{10}$ 且 $P(B|A) = \frac{1}{9}$ ，所以 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$ 。答： $\frac{1}{90}$ 。

(2) 答案： 否。(只需填入「是」或「否」)

2. (4 分 + 4 分 + 4 分 = 12 分)

(1) 由 L 的方程式可令 $P = (2+t, -4+3t, 4-5t)$ ，代入 E 的方程式可得 $(2+t) - (-4+3t) + 2(4-5t) = 2$ ，進而解得 $t = 1$ ，代回 P 點坐標可得 $P = (3, -1, -1)$ 。答： $(3, -1, -1)$ 。

(2) 取 $\vec{n}_E = (1, -1, 2)$ 與 $\vec{v}_L = (1, 3, -5)$ 。則 $\vec{v}_L$ 在 $\vec{n}_E$ 上的正射影 $\vec{v}_\perp = \frac{\vec{v}_L \cdot \vec{n}_E}{|\vec{n}_E|^2} \vec{n}_E = \frac{-12}{6} \vec{n}_E = (-2, 2, -4)$ ，

所以 $\vec{v}_{L'} = \vec{v}_L - \vec{v}_\perp = (3, 1, -1)$ ，又 L' 通過 $P(3, -1, -1)$ ，所以 $L': \frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ 。

答： $\frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ 。

(3) 假設 α 為 $\vec{v}_L, \vec{v}_{L'}$ 的夾角，則 α 與 θ 相等或互補。 $\cos \alpha = \frac{\vec{v}_L \cdot \vec{v}_{L'}}{|\vec{v}_L| |\vec{v}_{L'}|} = \frac{11}{\sqrt{35} \cdot \sqrt{11}} = \sqrt{\frac{11}{35}} = \frac{\sqrt{385}}{35}$ 。

於是 α 與 θ 都是銳角，必相等，故 $\cos \theta = \frac{\sqrt{385}}{35}$ 。

答： $\frac{\sqrt{385}}{35}$ 。