

110 學年度第一學期第二次定期考高三數乙試題

命題範圍：微分與導函數、積分

填充題答對小題數與對應得分表：

答對 小題 數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
得分	7	14	21	28	35	41	47	53	58	63	68	72	76	80	83	86	89

一、填充題（共 89 分）

每小題完全答對才給分，依上表給分

- 試求函數 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$ 在 $x = 3$ 的導數 $f'(3) =$ _____。
- 試求函數 $f(x) = x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 1$ 的導函數 $f'(x) =$ _____。
- 試求函數 $f(x) = 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ 的反導函數 $g(x) =$ _____。
- 試求函數 $f(x) = x^2 - 3x + 2$ 的不定積分 $\int f(x)dx =$ _____。
- 試求函數 $f(x) = x^3 + 3x + 1$ 以點 $x = 1$ 處為切點的切線方程式_____。
- 已知函數 $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 36x - 11$ ，則 $f(x)$ 的極大值為_____。
- 已知函數 $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - x^4 + x + 1$ ，則 $f(x)$ 的反曲點為_____。
- 若 $\int_0^b [f(x) + g(x)]dx = 6$ 、 $\int_0^b [2f(x) - g(x)]dx = -9$ 、 $\int_0^a g(x)dx = 1$ ，其中 $0 < a < b$ ，則定積分 $\int_a^b g(x)dx =$ _____。
- 已知函數 $f(x) = x^2 - 2x$ ，則 $f(x)$ 在區間 $[0, 5]$ 上與 x 軸所圍成的區域面積為_____。
- 若直線 L 為函數 $f(x) = \frac{1}{x}$ 以點 $x = 4$ 處為切點的切線，則直線 L 與坐標軸圍成的三角形面積為_____。

11. 試求下列定積分：

(1) $\int_{-4}^4 \left(\frac{1}{5}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 2 \right) dx$ 。

(2) $\int_1^2 (3x^2 - 4x + 2) dx$ 。

12. 某種運動用品花的廣告費 x 萬元與總銷售額 $S(x)$ 萬元的關係函數為 $S(x) = -0.02x^3 + 1.8x^2 + 520$ ($0 \leq x \leq 90$)。試求廣告費在 10 萬時總銷售額的邊際變化率為_____萬元。

13. 設某天，測得氣溫的數據如下：

時間(t)	0 點	3 點	6 點
溫度(攝氏)	9 度	10 度	13 度

假定凌晨 0 點至清晨 6 點氣溫變化的函數 $f(t)$ 是時間 t 的一個二次函數，則該天從凌晨 0 點至清晨 6 點之間的平均氣溫為_____度。(四捨五入至小數點後第 2 位)

14. 在市場上，某食品的需求量為 x 公噸時，價格為 $D(x) = 100 + 3x - 3x^2$ (萬元)，即 $y = D(x)$ 為需求函數。若現在市場上的定價為 64 萬元，則此時的消費者剩餘是_____萬元。

15. 在市場上，某飲品的供給量為 x 公噸時，價格為 $S(x) = x^2 + 3x + 2$ (萬元)，即 $y = S(x)$ 為供給函數。若現在市場上的定價為 56 萬元，則此時的生產者剩餘是_____萬元。

16. 設某產品的需求函數為 $D(x) = 51 - 12x - 3x^2$ ，供給函數為

$S(x) = x^2 + 4x + 3$ ，則當買賣雙方達均衡時，消費者剩餘與生產者剩餘的總和為_____。

二、計算題（共 11 分）

1. 有一間鐵釘工廠，當每個月賣出 x (噸)的產品時，總收益函數為 $R(x) = 10 + 13x - 2x^2$ (百萬元)，花費的總成本函數為 $C(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 7$ (百萬元)，試問每個月賣出多少單位的產品時，總利潤會達到最大？此時的最大利潤是多少？