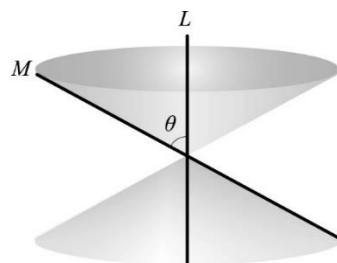


110 學年度第二學期第一次定期考高二數 B 試題

命題範圍：第一章空間概念與空間坐標系、第二章認識圓錐曲線

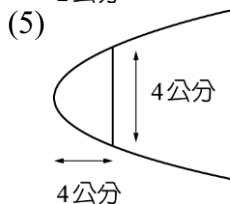
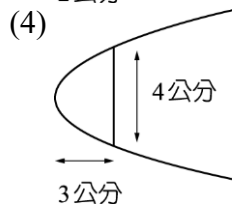
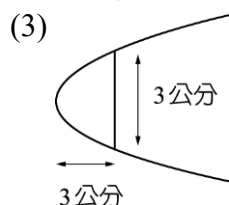
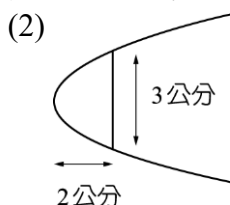
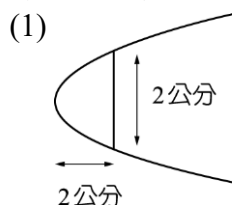
一、單選題（每題 6 分，共 18 分）

1. 設一直圓錐面的軸為 L ，某一條母線為 M ，且 L 與 M 的夾角為 $\theta = 60^\circ$ 。已知平面 E 不通過直圓錐面的頂點且與母線 M 垂直，選出平面 E 與直圓錐面的截痕。



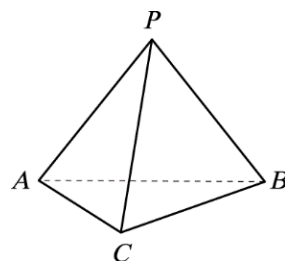
- (1)圓 (2)橢圓 (3)拋物線 (4)雙曲線
(5)無法確定。

2. 下列有五個由拋物線繞軸旋轉而成的拋物面鏡，經皮尺測量後，其口徑和深度如圖所示（圖未按照比例）。請問哪一個拋物面鏡的焦距最大？



3. 如圖，四面體 $PABC$ 中， $\overline{AC} = \overline{BC} = 2$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{AP} = \overline{BP} = \overline{AB}$ ，又 $\overline{PC} \perp \overline{AC}$ ，平面 APB 與平面 APC 所夾的兩面角為 θ ，則 $\cos \theta = ?$

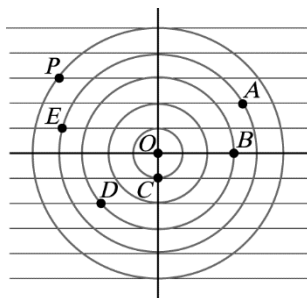
- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (5) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 。



二、多選題（每題 8 分，共 32 分）

每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

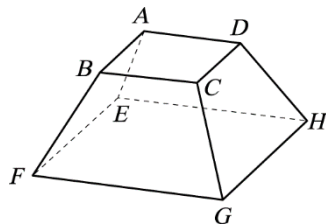
- 下列敘述哪些正確？
 - (1)空間中兩歪斜線恰有一條公垂線
 - (2)空間中兩歪斜線在同一平面的正射影可能為一直線與線外一點
 - (3)空間中線段的正射影長不可能比原線段長
 - (4)過平面 E 外一點 P ，恰有一直線平行於已知平面 E
 - (5)過直線 L 外一點 P ，恰有一直線平行於已知直線 L 。
- 關於空間中的直線與平面，下列敘述哪些正確？
 - (1)設空間中相異兩平面 E_1, E_2 交於一直線 L ，若 L 垂直於另一平面 E_3 ，則 E_1, E_2 均與 E_3 垂直
 - (2)空間中三相異直線 L_1, L_2, L_3 ，若 $L_1 \perp L_3$ 且 $L_2 \perp L_3$ ，則 $L_1 // L_2$
 - (3)空間中兩相異直線 L_1, L_2 及平面 E ，若 $L_1 // E$ 且 $L_2 // E$ ，則 $L_1 // L_2$
 - (4)空間中兩相異直線 L_1, L_2 ，則必存在另一直線 L_3 使得 $L_3 \perp L_1$ 且 $L_3 \perp L_2$
 - (5)空間中一直線 L ，若 P 點在 L 上，則過 P 點且與 L 垂直的所有直線皆落在同一平面上。
- 已知空間中一點 P 至 x 軸， y 軸， z 軸的距離分別為 $\sqrt{41}$ ， $\sqrt{34}$ ， 5 。若點 P 在第一卦限，請選出下列正確的敘述。
 - (1) $P(3, 5, 4)$
 - (2) P 至原點的距離為 $5\sqrt{2}$
 - (3) P 在 xy 平面上的投影為 $(3, 4, 0)$
 - (4) P 在 yz 平面上的投影為 $(0, 4, 3)$
 - (5) P 在 xz 平面上的投影為 $(3, 0, 5)$ 。
- 附圖為以 O 為圓心且半徑分別為 $1, 2, 3, \dots$ 的同心圓，已知有多組平行線與這些同心圓相切。試問下列哪些點與 P 點均在以 O 點為焦點且開口向上的拋物線上？



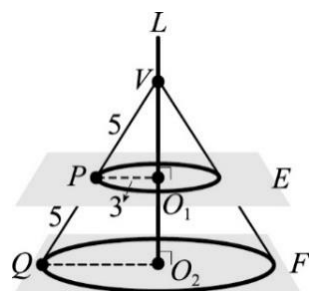
- (1) A 點 (2) B 點 (3) C 點 (4) D 點 (5) E 點。

三、填充題（每題 6 分，共 42 分）

1. 若空間中有一線段長為 $\sqrt{29}$ ，此線段在 xy 平面、 yz 平面的正射影長分別為 $\sqrt{13}$ 、 $\sqrt{20}$ ，則此線段在 xz 平面上的正射影長為_____。
2. 所謂對蹠點（antipode），是指球面上任一點與球心的連線，在球面的另一端與球面的交點。例如，從地表上某一點 P 與地心連線，這條線穿過地心後，會與地表在另一端交於一點 Q ，這個交點 Q 就是 P 的對蹠點。因此，我們可以說，球體直徑兩端的點，互為對蹠點。請根據以上說明，回答下列問題：已知甲地位於東經 121 度，北緯 25 度，試求甲地在地球上對蹠點的經緯度_____。
3. 從前人們透過觀察太陽的位置來決定時間，因此不同經度的地方，其時間也有所不同。1863 年，首次使用時區的概念，解決了這個問題。以被 15 整除的經線為中心（即 0 度東經 15 度，東經 30 度，…，東經 165 度，東經 180 度，西經 15 度，西經 30 度，…，西經 165 度，西經 180 度，其中東經 180 度與西經 180 度重合），向東西兩側延伸 7.5 度，即每 15 度劃分一個時區。所以每差一個時區，區時相差一個小時。另外，原則上在東經 180 度處設立國際換日線，以避免日期的紊亂。已知莫斯科約位於北緯 56 度，東經 38 度，桃園市約位於北緯 25 度，東經 121 度。若臺灣與莫斯科之間有一直航班機，每周從莫斯科伏努科沃國際機場起飛時間是當地時間星期三的 15 時，將於臺灣時間星期四的 7 時抵達桃園機場。若經整理準備後於當日 10 時再從桃園出發，則抵達莫斯科當地時間為星期_____的_____時。（請以二十四時制回答）
4. 設 P 為拋物線 $y^2 = -12x$ 在第二象限上一點，且與焦點 F 的距離為 9，則 P 點的坐標為_____。
5. 設拋物線 $y^2 = 8x$ 上的一焦弦 $\overline{AB}$ 的長度為 10，若 $A(a_1, a_2)$ ， $B(b_1, b_2)$ ，則 $a_1 + b_1 =$ _____。
6. 如圖所示， $ABCD-EFGH$ 為一正四角錐之平臺。已知正方形 $ABCD$ 之邊長為 5，正方形 $EFGH$ 之邊長為 11，側稜的長為 5，則側平面 $BCGF$ 與底平面 $EFGH$ 之夾角的餘弦值為_____。



7. 如圖，一蛋糕體形狀為直圓錐面被平面 E 與平面 F 所截的中間部分，且平面 E 與平面 F 均與軸 L 垂直，若平面 E 與平面 F 分別與直圓錐面截出圓心為 O_1 、 O_2 的小圓與大圓，已知小圓半徑為 3，且小圓上一點 P 與直圓錐面頂點 V 的距離 $\overline{VP} = 5$ ，延長 $\overline{VP}$ 交大圓於點 Q ，且 $\overline{PQ} = 5$ ，則蛋糕體的體積為 _____。(圓錐體體積為 $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$)



四、混合題（每題 8 分，共 8 分）

1. 人眼所看到的畫面是由兩眼分別看到的畫面所合成的，而人的單眼水平視角最大可達 156° 、雙眼的水平視角最大可達 188° 、人兩眼重合視域為 124° ，也就是說在人眼觀看到的範圍內，只有這 124° 視角內的物體才有立體感。

在一場游泳比賽中，觀眾小明坐在觀眾席上欣賞他所支持的選手甲的比賽過程。若將整個比賽場館坐標化，設小明所坐的位置為 $(50, -30, 40)$ ，而甲將從起點 $(0, 0, 0)$ 游至終點 $(100, 0, 0)$ ，問：

- (1) 在甲的游泳過程中，甲與小明的最近距離為多少？（單選題）
(A) 50 (B) $50\sqrt{2}$ (C) $10\sqrt{14}$ (D) 100。
- (2) 小明是否可以找到一個最佳的觀測角度，讓甲的整個游泳過程呈現在小明的兩眼重合視域中？試說明原因。（非選擇題）