

高三 數學科 文組 第一次段考

第壹部分：選擇題（占 86 分）

一、 單選題（占 36 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答，該題以零分計算。

1. 已知複數 $z=3+4i$ ，則 $\frac{1}{z}$ 為下列何者？

- (1) $3-4i$ (2) $-3+4i$ (3) $\frac{3-4i}{25}$ (4) $\frac{3+4i}{25}$ (5) $\frac{-3-4i}{25}$

2. 設 x, y 滿足聯立不等式 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 3x + y \leq 6 \\ x + 2y \leq 4 \end{cases}$ ，且 $2x + y$ 的最大值為下列何者？

- (1) $\frac{20}{5}$ (2) $\frac{21}{5}$ (3) $\frac{22}{5}$ (4) $\frac{23}{5}$ (5) $\frac{24}{5}$

3. 下列哪一個選項的數值最小？

- (1) $\sin 10^\circ \cos 10^\circ + \cos 10^\circ \sin 10^\circ$
 (2) $\sin 30^\circ \cos 20^\circ - \cos 30^\circ \sin 20^\circ$
 (3) $\cos 10^\circ \cos 10^\circ + \sin 10^\circ \sin 10^\circ$
 (4) $\cos 30^\circ \cos 20^\circ - \sin 30^\circ \sin 20^\circ$
 (5) $\cos 30^\circ \tan 30^\circ + \cos 60^\circ \tan 60^\circ$

4. 函數 $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})-2\sin x+6$ 的最大值為下列何者？

- (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9

5. 定義數列 $\{a_n\}$ 中的一般項 a_n 為 $\log_3 n$ 的整數部分，例如 $a_2=0$ ， $a_5=1$ 。則此數列前 242 項的和為下列何者？

- (1) 850 (2) 851 (3) 852 (4) 853 (5) 854

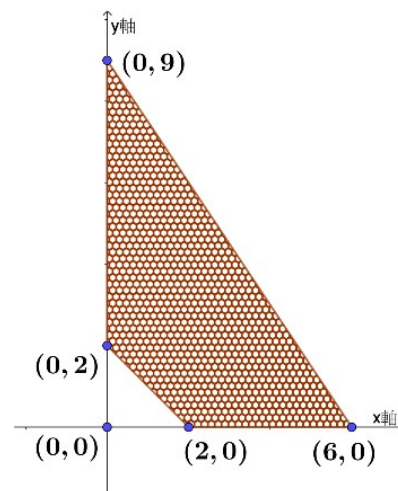
6. 兩個非零向量 $\vec{u}, \vec{v}$ 滿足 $2|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{u} + \vec{v}|$ ，則向量 $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$ 夾角的餘弦值為下列何者？

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $-\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{5}$ (5) $-\frac{1}{5}$

二、 多選題（占 50 分）

說明：第 7 題至第 11 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，對一個選項，得 2 分，所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 設 x, y 滿足聯立不等式 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 18 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ 且圖如右所示。



- (1) $x^2 + y^2$ 的最大值為 81
- (2) $x^2 + y^2$ 的最小值為 2
- (3) $\frac{y}{x+1}$ 的最大值為 9
- (4) $\frac{y}{x+1}$ 的最小值為 0
- (5) $x-y$ 的最大值為 6
8. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且 $1+i$ 為 $f(x)=0$ 的一根，試判斷下列敘述何者正確？
- (1) $1-i$ 為 $f(x)=0$ 的一根
- (2) $f(2+i)=0$
- (3) $f(x)=0$ 恰有一實根
- (4) $f(x)=2021$ 恰有一實根
- (5) $f(x^2)=0$ 必有實根
9. 設 θ 為第三象限角，則下列哪些選項的敘述正確？
- (1) $\sin 2\theta > 0$ (2) $\cos 2\theta < 0$ (3) $\sin \frac{\theta}{2} > 0$ (4) $\cos \frac{\theta}{2} < 0$ (5) $\tan \frac{\theta}{2} < 0$
10. 考慮坐標平面上的一個點 $P(x, y)$ 滿足 $3^x = 5^y$ ，請選出正確的敘述？
- (1) 點 P 可能是 $(0, 0)$
- (2) 點 P 可能是 $(\log 5, \log 3)$
- (3) 點 $P(x, y)$ 滿足 $xy \geq 0$
- (4) 點 P 的 x, y 坐標可同時為正整數
- (5) 所有點 P 的圖形為一條斜率為正的直線
11. 在坐標平面上，向量 $\vec{u}$ 與向量 $\vec{v} = (2\sqrt{2}, 1)$ 垂直且等長。請選出下列正確的敘述？
- (1) 向量 $\vec{u}$ 必為 $(1, -2\sqrt{2})$ 或 $(-1, 2\sqrt{2})$
- (2) 向量 $\vec{v} + \vec{u}$ 與向量 $\vec{v} - \vec{u}$ 垂直且等長
- (3) 向量 $\vec{v} + \vec{u}$ 與向量 $\vec{u}$ 的夾角為 45°
- (4) 若向量 $\vec{w} = a\vec{v} + b\vec{u}$ ，其中 a, b 為實數，則 $|\vec{w}| = 3\sqrt{a^2 + b^2}$
- (5) 若向量 $(-1, 0) = c\vec{v} + d\vec{u}$ 其中 c, d 為實數，則 $c < 0$

第貳部分：填充題（占 30 分）

說明：1. 第 A 至 E 題。

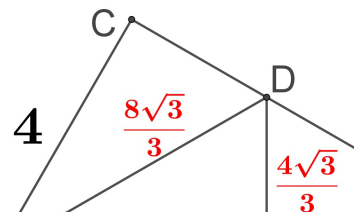
2. 每題完全答對給 6 分。

A. 複數 Z 滿足 $z^2 = 7 + 24i$ ，則複數 $z =$ _____ (有兩解)。

B. 已知 ω 是 $x^2 + x + 1 = 0$ 的一根，則 $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 =$ _____。

C. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的平分線， $\overline{AD} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ ，

$\overline{DE}$ 垂直 $\overline{AB}$ 於點 E 且 $\overline{DE} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。



D. 已知一正數 k ，若鉛直線 $x = k$ 與兩對數函數 $y = \log_3 x$ ， $y = \log_3(x + 16)$ 的圖形分別交於點 A ， B 且 $\overline{AB} = 3$ ，則 $k =$ _____。

E. 已知兩向量 $\vec{u}$ ， $\vec{v}$ 的長皆為 6，且 $\vec{u} + \vec{v}$ 與 $\vec{u}$ 的夾角為 22.5° ，則 $\vec{u} \cdot \vec{v} =$ _____。



答案卷

學生卷

高三 _____ 班 座號 _____ 姓名 _____

第壹部分：選擇題（占 86 分）

一、單選題（每題 6 分，占 36 分）

1.	2.	3.	4.	5.	6.
----	----	----	----	----	----

二、多選題（每題 10 分，占 50 分）

7.	8.	9.
10.	11.	

第貳部分：選填題（每題 6 分，占 30 分）

A.	B.	C.
D.	E.	



答案卷

教師卷 高三____班 座號____ 姓名____

第壹部分：選擇題（占 86 分）

一、單選題（每題 6 分，占 36 分）

1. 3	2. 3	3. 2	4. 4	5. 3	6. 3
---------	---------	---------	---------	---------	---------

二、多選題（每題 10 分，占 50 分）

7. 1 2 3 4 5	8. 1 3	9. 1 5
10. 1 2 3 5	11. 1 2 3 4 5	

第貳部分：填充題（每題 6 分，占 30 分）

A. $\pm(4+3i)$	B. 0	C. $4\sqrt{3}$
D. $\frac{8}{13}$	E. $18\sqrt{2}$	