

110 學年度第一學期第一次定期考高三數乙試題

命題範圍：極限與函數

一、填充題（每格 5 分，共 90 分）

1. 試求下列無窮等比級數的和。（若不存在請在答案格中填寫「不存在」）

(1) $1 - \frac{4}{3} + \frac{16}{9} - \frac{64}{27} + \cdots = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $3 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \cdots = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $0.\bar{3} + 0.1\bar{4} + \cdots = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 試求下列各極限。（若極限不存在請在答案格中填寫「不存在」）

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{\pi}{3} \right)^n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} 7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-3}{x+1} + \frac{4}{x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-4}{x^2 + x - 2} + \frac{x}{x-1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知兩函數 $f(x) = x^3$ 與 $g(x) = 3x - 2$ ，試求下列各函數值。

(1) $\left(\frac{f}{g} \right)(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(g \circ f)(3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 若函數 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ 的定義域為 $[-3, 2]$ ，則 $f(x)$ 的值域為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 一顆球自10公尺高的看台處自由落下，若每次反彈的高度為上次落下高度的 $\frac{1}{3}$ ，則從此球開始落下到靜止，所經過的總路徑長為_____公尺。
6. 若有一組 n 筆資料的數據 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，其平均數為 μ ，則其標準差 σ 為_____。(請用含有 Σ 的符號表示，完整寫對才給分)
7. 請以含有高斯符號的式子表示 x 四捨五入至整數位後的結果：_____。
(請注意需要對於任意實數 x 皆成立)
8. 「函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 處連續」的定義：
設 a 為函數 $f(x)$ 定義域中的一點，若_____存在，且_____，則稱函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 處連續。(每格完整寫對才給分)
9. 請完成「夾擠定理」的敘述：
若函數 $f(x)$ 、 $g(x)$ 與 $h(x)$ 在包含 $x=x_0$ 的開區間(可能不包括 x_0)滿足：
 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ ，且_____，則 $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = A$ 。(完整寫對才給分)
10. 若函數 $f(x) = \tan(x-1)$ ，則 $f(x)$ 的定義域為_____。(完整寫對才給分)

二、計算證明題(共10分)

1. 請利用「勘根定理」證明： $x^3 + 2x^2 - 4 = 0$ 至少有一個正實根。