

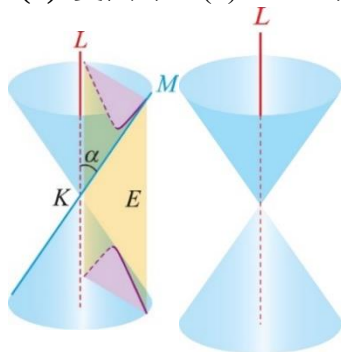
110 學年度第二學期第二次定期考高二數 B 試題

命題範圍：第二章圓錐曲線的認識與應用、第三章機率

一、單選題（每題 6 分，共 12 分）

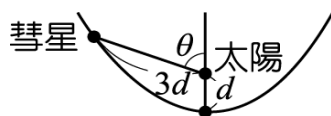
1. 設平面 E 與直圓錐面的截痕為雙曲線，今將平面 E 平移至通過直圓錐面的頂點 K ，試問：此時平面與直圓錐面的截痕為下列哪個選項中的圖形？

(1) 拋物線 (2) 橢圓 (3) 雙曲線 (4) 一直線 (5) 兩相交直線



2. 某一彗星的軌道是以太陽為焦點的拋物線，當彗星與太陽最接近時，兩者的距離是 d ，當彗星與太陽的距離為 $3d$ 時，彗星與太陽兩者連線與拋物線對稱軸的銳夾角是 θ ，則 $\sin\theta$ 之值為何？

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{2}{3}$



二、多選題（每題 8 分，共 24 分）

每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 設 $\{A, B, C\}$ 為某一試驗樣本空間 S 之一分割，且

$$P(A):P(B):P(C)=1:2:3, \text{ 若一事件 } D \text{ 滿足 } P(D|A)=\frac{1}{2},$$

$$P(D|B)=\frac{1}{4}, P(D|C)=\frac{1}{3}, \text{ 試問下列各選項哪些是正確的？}$$

- (1) $P(D)=\frac{1}{3}$ (2) $P(B|D)=\frac{1}{4}$ (3) 事件 A 和 B 獨立
(4) 事件 B 和 D 獨立 (5) 事件 C 和 D 獨立。

2. 設一袋中有 10 球，其中只有 3 球是白色，每次從袋中取一球，每球被取到的機會均等，取後不放回，連續取四次，設 A 表第一次取到白球的事件， B 表第三次取到白球的事件， C 表取四次球中有三次為白球的事件，則下列選項何者正確？ (1) $P(A) = \frac{3}{10}$ (2) $P(B|A) = \frac{2}{9}$
- (3) $P(C|A) = \frac{1}{12}$ (4) 事件 A 與事件 B 為獨立事件
- (5) $P(A) = P(B)$ 。
3. 甲、乙、丙三人玩剪刀、石頭、布猜拳的遊戲，每一局三人各出拳 1 次，在某局中，當剛好有一人出拳結果與其他兩人不同時，此人就出局且遊戲終止；否則就進入下一局。依前述規則繼續進行遊戲，直到有人出局為止。試問下列哪些選項是正確的？ (1) 第一局甲就出局的機率是 $\frac{1}{3}$
- (2) 第一局就有人出局的機率是 $\frac{2}{3}$ (3) 第三局才有人出局的機率是 $\frac{2}{27}$
- (4) 甲到第五局才出局的機率是 $\frac{2}{243}$ (5) 該遊戲在終止前，至少玩了六局的機率大於 0.004。

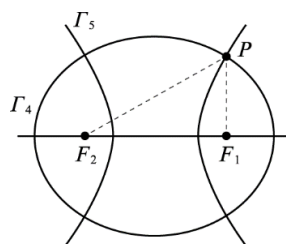
三、填充題（每題 6 分，共 48 分）

1. 小晴、小珊、小禎、... 等 12 個人分別平分成兩組練習排球，在已知小晴、小珊兩人同組的情形下，小禎也分到與他們同組的機率為_____。
2. 設甲說實話的機率為 $\frac{7}{10}$ ，乙說實話的機率為 $\frac{3}{5}$ 。今袋內有 3 白球、5 黑球，自袋中任取一球，甲、乙看過之後都說白球，試問此球確實為白球的機率是_____。
3. 籤筒的 20 支籤中，5 支有獎，今有甲、乙、丙、丁 4 人依序各抽出一支籤，抽完後不放回，已知甲乙都沒中獎的情況下，試求丁的中獎機率為_____。
4. 宴會在場的 50 位賓客有人偷了主人的珠寶，由於賓客身上都沒有珠寶，而且他們都不承認偷竊。警方決定動用測謊機，並且只問客人一個問題：「你有沒有偷珠寶？」已知若某人說謊，則測謊器顯示他說謊的機率為 92 %；若某人誠實，則測謊器顯示他誠實的機率是 88 %。若最後測謊器顯示有 10 人說謊，則真正的竊賊有_____人。

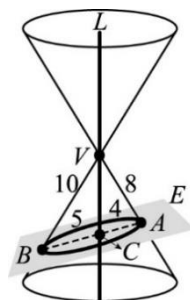
5. 小鳴有一個櫃子，櫃子共有五層，每層各有左右兩個大小一樣的抽屜，小鳴在每個抽屜中各放入一枚硬幣，已知小鳴在其中一層的左右兩個抽屜都放入金幣，在另外一層的左右兩個抽屜都放入銀幣，其餘三層的左右兩個抽屜中各放一枚金幣、一枚銀幣。隨機挑選一個抽屜，已知打開後發現該抽屜是金幣，試問該層的另外一個抽屜也是金幣的機率為_____。

6. 拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x$ 的焦點為 F ， P 為 Γ 上的動點，點 $A(4, -2)$ ，當 $\overline{PA} + \overline{PF}$ 有最小值時，此時 P 點坐標為_____。

7. 如圖所示， F_1, F_2 為橢圓 Γ_4 與雙曲線 Γ_5 共同的焦點，橢圓長軸長為 12，雙曲線貫軸長為 4。設 P 為 Γ_4 與 Γ_5 的交點且 $\triangle PF_1F_2$ 的面積為 $8\sqrt{3}$ ，則 $\overline{F_1F_2} =$ _____。



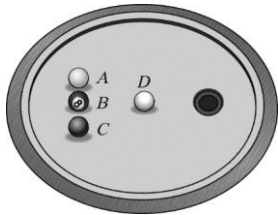
8. 如圖，已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出一橢圓，且橢圓上距離頂點最近距離 $\overline{VA} = 8$ ，最遠距離 $\overline{VB} = 10$ ，若軸 L 與平面 E 交於點 C ，且 $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則 $\overline{VC} =$ _____。



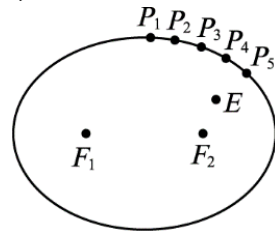
四、混合題（每題 8 分，共 16 分）

1. LOOP 是一種撞球運動，它使用的是一個橢圓形的撞球檯。檯面上在其中一個焦點處設置一個球洞，另一焦點處會標誌一個圓點。另外在檯面上會放置 B 球與 D 球各一顆，及兩顆球分別為 A 球與 C 球。遊戲開始時， B 球會擺放在標誌的圓點上， D 球可放在球洞與 B 球連線上的任一位置，其他兩顆球分別放在 B 球的上、下兩側，如圖。遊戲的規則是第一位玩家先指定一顆專屬球（第二位玩家就是另一顆），玩家必須先利用 D 球將專屬球撞進球洞後，再利用 D 球將 B 球撞進球洞，如果桌面已沒有專屬球，就

可直接撞擊 B 球。兩位玩家輪流進行，先將 B 球撞進球洞的玩家就獲勝。若玩家在撞擊專屬球後， B 球也因碰撞入洞，該玩家也是判定獲勝。



- (1) 此遊戲所利用的是橢圓的什麼性質？
 - (A) 橢圓上任一點到兩焦點的距離和為定值
 - (B) 半長軸長與半短軸長的平方和等於焦點到中心距離的平方
 - (C) 橢圓的光學性質
 - (D) 橢圓的對稱中心。
- (2) 現在檯面上僅剩 B 球與 D 球， B 球位於 E 點處， D 球在橢圓的焦點 F_1 處，若宜璇想利用 D 球與檯邊一次的反射後，將 B 球直接撞向球洞點 F_2 ，試問宜璇應該把 D 球往檯邊哪個位置撞擊？



- (A) P_1 (B) P_2 (C) P_3 (D) P_4 (E) P_5 。
2. 現今社會有毒添加劑盛行，常讓人在不知情的情況下受到傷害。現有 A 、 B 兩家飲料店皆只進貨甲、乙、丙三種原料，卻不知甲原料已遭受到有毒添加劑的汙染。已知 A 、 B 兩店在製作飲料時，每種飲料皆只使用甲、乙、丙三種原料中的一種。而在 A 店，選到甲原料的機率為選到乙原料的兩倍，選到丙原料的機率亦為選到乙原料的兩倍。在 B 店，選到甲原料的機率為選到乙原料的一半，也是選到丙原料的一半。現有一人欲買一杯飲料，選擇到 A 或 B 飲料店購買的機會相同。
 - (1) 則其購買的飲料遭受有毒添加劑汙染的機率為_____。
 - (2) 承(1)，此受有毒添加劑汙染的飲料來自 A 店之機率為_____。