

110 學年度第二學期第一次定期考高二數 A 試題

命題範圍：第一章空間概念

一、多選題（每題 8 分，共 16 分）

第 1 題至第 2 題，每題均計分。每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項填在答案卷之「多選題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項，得 2 分；答錯 4 個以上選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 下列各敘述，何者為真？

- (1) 在空間中， P 為平面 E 外一點，則過 P 有無限多條直線與平面 E 平行
- (2) 在空間中，相異三直線 L, M, N ，若 $L \perp N, M \perp N$ ，則 L 與 M 可能歪斜
- (3) 在空間中，若直線 L_1 平行平面 E ，且直線 L_2 平行平面 E ，則必 L_1 平行 L_2
- (4) 在空間中，兩歪斜線 L_1 與 L_2 ，則包含 L_2 而與 L_1 平行的平面恰有一個
- (5) 平面上作一組兩兩距離為 1 的點，則這組點最多有 3 點，在空間中最多有 4 點

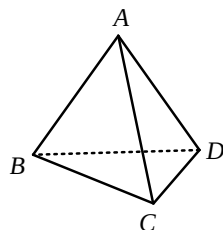
2. 空間中 $\triangle ABC$ ，設 $A(1,0,2)$ ， $B(2,2,5)$ ， $C(2,1,3)$ ，重心 $G(a,b,c)$ ，

$\vec{u} = \vec{AB} + t\vec{AC}$ ，則下列敘述哪些是正確的？

- (1) $a - b + c$ 為整數
- (2) $\angle A$ 為銳角
- (3) $\triangle ABC$ 面積小於 5
- (4) 若 $|\vec{u}|$ 為最小，則 $t > 0$
- (5) 若 $\vec{u}$ 平分 $\angle A$ ，則 t 為有理數

二、選充題（每題 7 分，共 77 分）

1. 四面體 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{BD} = 6$ ，則直線 AB 與直線 CD 的距離為_____。

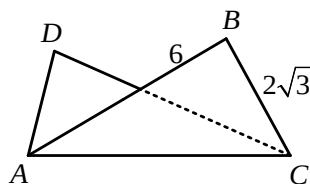


2. 將 5 顆直徑為 10 公分的球裝進一個底面為正方形的長方體紙盒，若底面邊長為 22 公分，則此紙盒的高度至少需_____公分，才能裝得下所有的球。

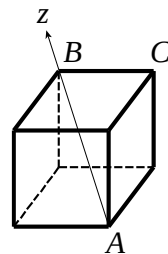
3. 有一正四角錐，底面是邊長 10 公分的正方形，側面是腰長 13 公分的等腰三角形，若底面與側面的夾角為 θ ，則 $\cos \theta$ 之值為_____。

4. 如圖，一長方形紙片 $ABCD$ ，長 $\overline{AB} = 6$ 公分，

寬 $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 公分，今將紙片沿 $\overline{AC}$ 摺疊為一個 90° 的二面角，此時 B, D 兩點的距離 = _____。



5. 如圖，有一個邊長為 6 的正方體，若將頂點 A 放在坐標原點 $(0,0,0)$ ，而將頂點 B 放在 z 軸正向上，求頂點 C 的 z 坐標為_____。



6. $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ， $\vec{b} = (5, -2, 0)$ ， $\vec{c} = (p, q, r) \neq \vec{0}$ ，已知 $\vec{a}$ 及 $\vec{b}$ 皆與 $\vec{c}$ 垂直，試求 $p:q:r =$ _____ (化為最簡整數比)。

7. 今有一個正四面體與一個正八面體，若兩個多面體稜邊長均為 7 單位長，則將這兩個多面體各取一個正三角形的面作全等的結合(向外部且邊與角完全疊合)，則新的凸多面體是幾面體？答：_____。

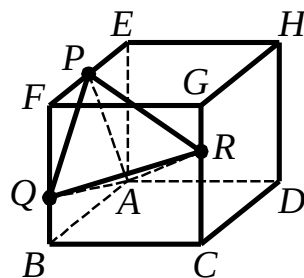
8. 設 O 為空間坐標的原點，點 $P(a, b, c)$ 到原點的距離為 6，已知 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $c > 0$ ，將 P 點分別向 x, y, z 軸做垂線得垂足分別為 A, B, C ，則三個三角形 $\triangle OAB$ ， $\triangle OAC$ ， $\triangle OBC$ 面積和的最大值為_____。

9. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CA} = 4$ ， $\overline{AB} = 5$ ，在 $\triangle ABC$ 內部一點 P 到 $\overline{BC}$ ， $\overline{CA}$ ， $\overline{AB}$ 的距離分別為 x, y, z ，求試求 $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z}$ 的最小值為_____。

10. 空間中 A, B, C, D 四點， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{CD} = 3$ ，若

$\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$ ，且 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{CD}$ 之夾角為 60° ，則 $\overline{AD}$ 之長度為_____。(須化至最簡根式)

11. 右圖為邊長 6 的正立方體 $ABCD - EFGH$ ，
 P, Q, R 分別在 $\overline{EF}$ ， $\overline{BF}$ ， $\overline{CG}$ 上，
 且 $\overline{EP} : \overline{PF} = 1 : 1$ ， $\overline{BQ} : \overline{QF} = 1 : 2$ ，
 $\overline{CR} : \overline{RG} = 2 : 1$ ，則四面體 $APQR$ 的體積
 為_____。



三、計算題（共 7 分）

1. 已知 $f(x) = x^3 - 3x^2 + bx + c$ ，若 $f(x) = 0$ 的三根為 α, β, γ ，設三階行列式

$$A = \begin{vmatrix} 1+\alpha & 1 & 1 \\ 1 & 1+\beta & 1 \\ 1 & 1 & 1+\gamma \end{vmatrix}, \text{ 試回答下列問題：}$$

- (1) $\alpha + \beta + \gamma = ?$ (2 分) (2) 展開三階行列式 A ，並以 b, c 表示。(3 分)
 (3) 若 $f(-1) = -12$ ，則三階行列式 A 之值為何？(2 分)