

110 學年度第二學期第一次定期考高三數乙試題

命題範圍：複數平面、線性規劃

一、多重選擇題（每題 9 分，共 18 分）

說明：每題 9 分，每題至少有一個選項正確，錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 3 分，錯三個以上選項或未答得 0 分，共 18 分

1. 下列選項哪些正確？

- (1) $\sqrt{-2} \times \sqrt{-6} = \sqrt{2} \times \sqrt{6}$ (2) $\sqrt{-2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{-6}$
(3) $\sqrt{\frac{-2}{6}} = \frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{6}}$ (4) $\sqrt{\frac{2}{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}}$ (5) $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ 。

2. 下列選項哪些正確？

- (1) 若 a 、 b 均為複數，且 $a^2 + b^2 = 0$ ，則 $a = b = 0$ 。
(2) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 為實係數三次多項式函數，則 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸至少有一個交點。
(3) 若二次多項式方程式的根為 i 和 $-i$ ，則此二次多項式方程式必為實係數多項式方程式。
(4) i 和 2 不可能同時為一實係數三次多項式方程式的根。
(5) $\left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}i \right|^2 = \left| \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}i \right|^2$

二、填充題（每格 6 分，共 66 分）

每格完全答對才給分

1. 已知 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $i - i^2 + i^3 + \dots + (-1)^{n-1} i^n + \dots - i^{50}$ 之值為 (1)。
2. 設 k 為實數，方程式 $x^2 + 4x + 2 = k$ 有兩實根且 $x^2 + (k+2)x + (k+5) = 0$ 有兩虛根，則 k 值的範圍為 (2)。
3. 複數平面上有三點 $A(1+i)$ 、 $B(2-7i)$ 、 $C(4-3i)$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 (3)。
4. 在坐標平面上，二元一次聯立不等式 $\begin{cases} 3 \geq x - y \geq -6 \\ -1 \leq x + y \leq 8 \end{cases}$ 所圍成的封閉區域面積為 (4)。

5. 在二元一次聯立不等式
$$\begin{cases} x+2y \geq 10 \\ x+3y \geq 12 \\ x+y \geq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 的條件下，則 $2x+3y+1$ 的最小值為 _____ (5) 。
6. 已知實係數多項式 $f(x) = x^5 + 2x^3 + mx^2 + 6x + n$ ，且 $f(-1 - \sqrt{5}i) = 0$ ，則 $f(i)$ 之值為 _____ (6) 。
7. 設 z 為複數，試求滿足下列各小題條件的 z ：
- (1) 若 $\bar{z} = -z + 4$ ，且 $|z| = 4$ ，則 z 之值為 _____ (7) 。
- (2) 若 $|z-2| = |z+2i| = 2$ ，則 z 之值為 _____ (8) 。
- (3) 若 $|z-i| = 1$ 且 $|z+1-i| = |z|$ ，則 z 之值為 _____ (9) 。
- (4) 若 $z^2 + 2z + 1 - 4i = 0$ ，則 z 之值為 _____ (10) 。
8. 已知複數 z 滿足 $\left| \frac{z-1-i}{z-4-5i} \right| = \frac{2}{3}$ ，則 $\left| z - \left(\frac{33}{5} + \frac{19}{5}i \right) \right|$ 的最大值為 _____ (11) 。

三、計算題（共 16 分）

1. 阿建公司代理進口兩著名廠牌工具機，甲廠牌工具機每台需付出的成本為 150 萬元，此次進口上限 24 台，售出一台公司的利潤是 30 萬元；乙廠牌工具機每台需付出的成本為 120 萬元，此次進口上限 30 台，售出一台公司的利潤是 50 萬元。若公司預定此次工具機進口成本為 6000 萬元，且預估所進口的車輛必定全部售完。設甲廠牌進口 x 台，乙廠牌進口 y 台，請回答下列問題。
- (1) 限制條件不等式及目標函數各為何？(4 分)
- (2) 在坐標平面上畫出可行解區域。(5 分)
- (3) 此次公司應進口甲、乙兩廠牌工具機各多少台，才能獲得最大利潤？又最大利潤是多少？(7 分)