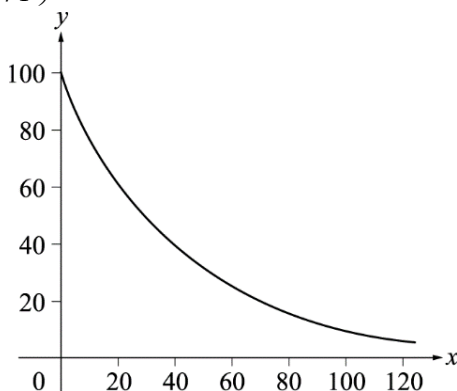


110 學年度第一學期第二次定期考高二數 B 試題

命題範圍：第二章按比例成長模型

一、單選題（每題 6 分，共 18 分）

1. 設 x, y, z 為正整數， $x+y=20$ 且 $x \log_{500} 2 + y \log_{500} 5 = z$ ，求 z 之值？
(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6。
2. 若正實數 x, y 滿足 $\log_{10} x = 1.5$ ， $\log_{10} y = 2.6$ ，則 $\log_{10}(x^5 + y^3)$ 最接近下列哪一個選項的值？（ $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ） (1) 1.5 (2) 2.5 (3) 4 (4) 7.8 (5) 15。
3. 若一杯 100°C 的水，在室溫 0°C 的環境下，其水溫 (y) 與時間 (x) 的關係如圖：每 30 分鐘，水溫就會下降至 30 分鐘前的一半。例如 30 分鐘後，水溫為 50°C ；60 分鐘後，水溫為 25°C ；依此類推，其函數表示法為 $y = 100 \times 0.5^{\frac{x}{30}}$ 。請問最快幾分鐘後，水溫會低於 30°C ？（已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ）



- (1) 47 分鐘 (2) 50 分鐘 (3) 53 分鐘 (4) 56 分鐘 (5) 60 分鐘。

二、多重選擇題（每題 8 分，共 16 分）

每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 下列敘述何者正確？ (1) $\left(\frac{81}{16}\right)^{0.25} = \frac{3}{2}$ (2) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = -\frac{3}{2}$ (3) $(-\sqrt{2})^0 = 1$
 (4) $3^{-\log_3 5} = -5$ (5) $(\log_2 \sqrt{3})(\log_{\sqrt{3}} 2) = 1$ 。
2. 設函數 $f(x) = \log_2(ax^b)$ ， $f(1) = 1$ 、 $f(4) = 4$ 。則下列哪些為正確選項？ (1) $a=2$ (2) $b=2$ (3) $f(3) > 3$ (4) $f(5) > 5$ (5) $f(6) > 6$ 。

三、填充題（每格 7 分，共 49 分）

1. 求值： $(\log_2 7 - \log_4 7)(\log_7 2 - \log_{49} 8) =$ _____。
2. 若 $\log_\alpha a = \log_\beta b = \log_{\sqrt[\alpha]{\alpha}\beta} 100$ 且 $\alpha \neq \beta$ ，則 $ab =$ _____。
3. 於坐標平面上，將函數 $f(x) = \log_9 x$ 的圖形沿 x 軸方向左移 10 單位後，得到第二個函數 $g(x)$ 圖形，現有鉛直線 $x=k$ 與此兩函數圖形分別交於 A 、 B 兩點且 $\overline{AB}=2$ ，則 $k=$ _____。
4. 已知 $x=\alpha$ 為方程式 $2^x=8-x$ 的解， $x=\beta$ 為方程式 $\log_2 x=8-x$ 的解，試求 $\frac{2^\alpha + \log_2 \beta}{2}$ 的值 = _____。
5. 統計學家克利夫蘭詳細研究人體的眼睛後發現：眼睛看到的圖形面積與此圖形實際面積的 0.7 次方成正比，今觀察地圖上大小兩國，感覺大國面積是小國面積的 a 倍，但事實上大國面積為小國面積的 243 倍，求 $a=$ _____。
6. 假設聲音的強度可用單位面積上的功率 I (watt / m^2) 量度，但實用上以分貝 dB 表示，dB 與 I 的關係為 $\text{dB}=10(\log I+12)$ 。又已知聲音強度會與聲源距離之平方成反比。今有一舞臺擴音器在距離 10 公尺處測得聲音為 95 分貝，如果到了某個演唱會會場，站在距離該舞臺擴音器 100 公尺的位置，該處測得聲音應為_____分貝。
7. 目前國際間使用芮氏地震規模來表示地震強度。設 I 為芮氏地震規模 r 時震央所釋放出來的能量，則 I 與 r 的關係如下： $\log I = r + 0.2$ 。發明原子彈後，我們常把地震所釋放的能量和一顆原子彈爆炸後所釋放的能量做比較。已知芮氏地震規模 5.8 的地震，其震央所釋放出來的能量，約為一顆原子彈爆炸後所釋放的能量，則芮氏地震規模 7.3 的地震，震央所釋放能量約為_____顆原子彈爆炸後所釋放的能量（小數點後四捨五入算至整數位）。（已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ）

四、混合題（每題 9 分，共 9 分）

1. 阿國自從升上高中，就想到自己若希望七年後到國外念碩士，將所費不貲！因此他先請父母將 200 萬元在 110 年 11 月 30 日存入年利率 1 %（七年來此利率不變）的銀行，進行每年一期，共七年的複利定存；然後，高中三年他在學校申請中午休息的時間到處室打工，大學四年則與附近商家約定固定時間去兼差，如此賺錢盡量償還父母的資助。
(1) 定存滿七年時，連同利息一次大約可領回多少錢？（單選）（4 分）
(A) 210 萬元 (B) 215 萬元 (C) 220 萬元 (D) 225 萬元 (E) 230 萬元。
(2) 若是阿國父母欣賞兒子高中 3 年的刻苦打工，決定在 113 年 11 月 30 日再多存入一筆錢： M 元，仍維持每年一期的複利定存，到期日也定在 117 年，但此 M 元的年利率特調高至 2 %；以至於阿國驚喜地發現，117 年定存到期時，兩筆領回的總金額超過 250 萬元，那麼他父母幫忙多存的 M 值至少有多大？（請將千位以下無條件進位取至萬元）（已知 $(1.01)^7 \approx 1.072$ ， $(1.02)^4 \approx 1.082$ ）（5 分）

五、計算題（每題 8 分，共 8 分）

1. 現今網路訊息散佈速度非常驚人，已知一則訊息在網路流傳 d 天後，網路上知道該訊息的人數比例為 $100(1-2^{-kd})\%$ ， k 為大於 0 的常數。假設中央流行疫情指揮中心開放疫苗可以混打的訊息在網路上開始流傳 4 天後，就有 80 % 的民眾看過。開始流傳 n 天後，在網路上就有超過 99 % 的民眾看過，求符合條件的正整數 n 最小值。