

110 學年度第二學期第一次定期考高一數學試題

命題範圍：第一章數列與級數、第二章數據分析

一、單選題（每題 6 分，共 18 分）

1. 有五筆數據資料如下表。

代號	A	B	C	D	E
x	1	1	3	5	5
y	1	5	3	1	5

試問去掉哪一筆數據後，剩下 4 筆數據的相關係數仍然維持不變？

(1)A (2)B (3)C (4)D (5)E

2. 設 n 為自然數，等比級數 $2^2 + 2^5 + 2^8 + \cdots + 2^{3n+14}$ 的和等於

(1) $\frac{4}{7} \times (8^{n+1} - 1)$ (2) $\frac{4}{7} \times (8^{n+2} - 1)$ (3) $\frac{4}{7} \times (8^{n+3} - 1)$

(4) $\frac{4}{7} \times (8^{n+4} - 1)$ (5) $\frac{4}{7} \times (8^{n+5} - 1)$

3. 設 n 為自然數， $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，其前 n 項和以 S_n 表示。若 $a_1 > 0$ 且 $3a_7 = 5a_{12}$ ，則下列選項中，何者之值最大？

(1) S_{17} (2) S_{18} (3) S_{19} (4) S_{20} (5) S_{21}

二、多重選擇題（每題 8 分，共 24 分）

每題有 5 個選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分；答錯多於 3 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 已知攝氏溫度 x ($^{\circ}\text{C}$) 與華氏溫度 y ($^{\circ}\text{F}$) 的關係為 $y = \frac{9}{5}x + 32$ 。關心俄烏戰爭的建國同學，查詢紀錄烏克蘭首都基輔，今年三月一日至十日的每日最低溫度如下：

日期	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
溫度($^{\circ}\text{C}$)	0	0	0	-1	-2	-2	-2	-3	-7	-8

關於這 10 筆溫度數據的統計量。試選出正確的選項。

- (1)算術平均數為 -2.5°C (2)中位數為 -2°C (3)第 3 四分位數為 -2.5°C
(4)若改採用華氏溫度，則這 10 筆溫度數據的算術平均數為 27.5°F
(5)若改採用華氏溫度，則這 10 筆溫度數據的全距為 46.4°F

2. 設兩變量 x 與 y 的二維數據 (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, 10$, 其中 x 的算術平均數 $\mu_x = 2$, y 的算術平均數 $\mu_y = 5$, x 的標準差 $\sigma_x = 4$, 變量 x 與 y 的相關係數 $r = -0.8$, 且 y 對 x 的迴歸直線通過點 $(3, 3)$ 。試選出正確的選項。

- (1) 迴歸(最適)直線通過點 $(2, 5)$ (2) 迴歸(最適)直線的斜率為 -0.5
 (3) 必有一筆數據 (x_i, y_i) 為 $(4, 1)$ (4) y 的標準差為 10
 (5) 若將兩變量 x 與 y 標準化得 x' 與 y' 的二維數據 (x'_i, y'_i) , 其中

$$x'_i = \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x}, y'_i = \frac{y_i - \mu_y}{\sigma_y}, i = 1, 2, \dots, 10。$$

則 y' 對 x' 的迴歸(最適)直線的斜率為 -0.8

3. 設 n 為自然數, 數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 S_n , 若 $a_1 = 1$, $S_n^2 = 3n^2 a_n + S_{n-1}^2$ 且 $a_n \neq 0$ ($n \geq 2$) 。試選出正確的選項。

- (1) $S_9 + S_{10} = 243$ (2) $a_{10} + a_{11} = 63$ (3) $a_{101} - a_{99} = 6$
 (4) $a_3 = 5$ (5) $a_6 = 20$

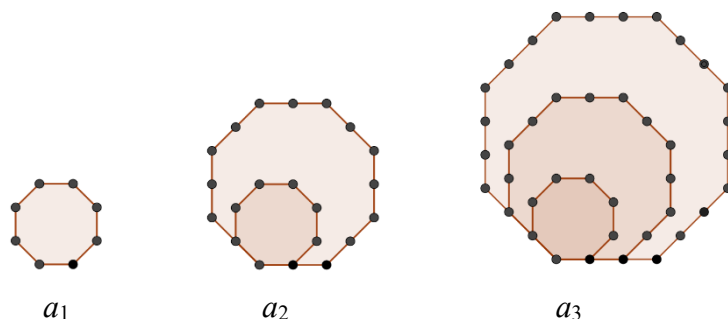
三、填充題（6 格，共 36 分）

每格完全答對才給分，配分如下表所示。

答對格數	1	2	3	4	5	6
得分	8	15	22	28	32	36

1. 建建公司 2022 年一月與二月的營收成長率分別為 -10% 、 20% , 隨著疫情趨緩, 景氣復甦, 公司預計今年一月、二月、三月這三個月的營收平均成長率大於或等於 20% , 試問三月份的營收成長率至少要為 _____ %。
2. 設 n 為自然數, 等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 S_n 。若 $a_1 = 2, S_{10} = 4S_5$, 則 $a_6 =$ _____。
3. 將數據 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 標準化後的分數分別為 $z_1, z_2, -1.5, 0, 1.5$, 若 $z_1 < z_2$, 則數對 $(z_1, z_2) =$ _____。
4. 某次段考後, 多數同學成績偏低, 因此決定將每人的原始成績取「平方根再乘以 10」作為正式紀錄。今 100 位同學, 發現調整後的算術平均數為 60 分, 標準差為 10 分。則這 100 位同學未調整前成績的算術平均數為 _____ 分。

5. 已知兩變量 x 與 y 有 10 筆二維數據 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, 10$ 。其中 y 對 x 的迴歸直線斜率為 2。今有另一組變量 s 與 t 的 10 筆二維數據 (s_i, t_i) ，其中 $s_i = -\frac{1}{2}x_i + 6$ ， $t_i = \frac{1}{7}y_i - 1$ ， $i = 1, 2, \dots, 10$ 。則 t 對 s 的迴歸直線斜率為_____。
6. 下圖中的黑點分別落在正八邊形的頂點或邊上，第 1 圖有 8 個黑點，第 2 圖共有 21 個黑點，第 3 圖共有 40 個黑點，則依照這種規律遞增。設第 n 圖中黑點的總數為 a_n ，即 $a_1 = 8$ ， $a_2 = 21$ ， $a_3 = 40$ 。則 $a_{10} =$ _____。



四、混合題或非選擇題（2 題，共 22 分）

1. 某茶飲料廠商欲推出一種新產品，在上市前以不同的單價 x （單位：十元）調查市場的需求量 y （單位：千杯）。調查結果得一組二維數據 (x, y) 如下：

x	6	7	8	9	10
y	11	12	10	8	9

- (1) 求 x 與 y 的相關係數。（非選擇題，5 分）
- (2) 求 y 對 x 的迴歸直線方程式。（以點斜式 $y - y_0 = m(x - x_0)$ 的形式表示（非選擇題，4 分）
- (3) 若上市時單價訂為 85 元，試利用迴歸直線估計市場的需求量為多少？（單選題，3 分）
- (A) 8500 杯 (B) 8800 杯 (C) 9200 杯 (D) 9600 杯 (E) 9900 杯
2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項和為 S_n ，若對任何自然數 n ， $a_n + 2S_n = 1$ 恆成立。
- (1) 試求 a_1, a_2, a_3 的值。（非選擇題，3 分）
- (2) 請猜測此數列的一般項 a_n ，並用數學歸納法證明你的猜測是正確的。（非選擇題，7 分）