

北一女中 110 學年度第一學期高三理組數學科第一次段考

一、單選題（每題 6 分，共 30 分）

1. 已知方程式 $x^5 + 3x - 1 = 0$ 在 0、1 之間恰有一實根，試問此實根最接近哪一個選項的數字？
(1) 0.1 (2) 0.2 (3) 0.3 (4) 0.4 (5) 0.5

2. 設 a, b 為實數且滿足 $\frac{a+i}{1+i} = \frac{3+bi}{2+i}$ ，則 $2a + b = ?$
(1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 9

3. 方程式 $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 5 = 0$ 的四根在複數平面上可圍成一個凸四邊形，試問此凸四邊形的面積為何？
(1) $2\sqrt{3}$ (2) 4 (3) $4\sqrt{2}$ (4) $4\sqrt{3}$ (5) 8

4. 設複數平面上五點 $P_k(\cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5})$ ， $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ，則 $\angle P_1 P_4 P_3 = ?$
(1) 18° (2) 36° (3) 54° (4) 72° (5) 90°

5. 化簡 $(\frac{1-i \tan 1^\circ}{1+i \tan 1^\circ})^{30} = ?$
(1) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (2) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ (5) -1

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 40 分，答錯不倒扣）

6. 設 a, b 為複數，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 若 $a^2 + b^2 = 0$ ，則 $a = b = 0$
- (2) 若 $ab = 0$ ，則 $a = 0$ 或 $b = 0$
- (3) 若 $a = b + 2$ ，則 $a > b$
- (4) 若 $x = a$ 是方程式 $x^2 = b$ 的一根，則 $x = -a$ 也是方程式 $x^2 = b$ 的一根
- (5) 若方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 有實根，則 $a^2 - 4b \geq 0$

7. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 是一個實係數三次多項式，請問下列哪些選項是正確的？

- (1) 若 $f(3 - 2i) = 0$ ，則 $f(3 + 2i) = 0$
- (2) 若 $f(5 + 8i) = 7$ ，則 $f(5 - 8i) = -7$
- (3) 方程式 $f(x) = 0$ 至少有一正根。
- (4) 方程式 $f(x) = 0$ 至少有一負根。
- (5) 若 $a = 6$ ，則 $y = f(x)$ 圖形的對稱點 x 坐標為 2。

8. 設 $f(x) = (x^2 + ax + 3)(x^2 + bx - 3)$ ，其中 a, b 為實數，下列有關方程式 $f(x) = 0$ 的敘述，哪些選項是正確的？

- (1) $f(x) = 0$ 的根有可能為四虛根。
- (2) $f(x) = 0$ 的根有可能為二實根、二虛根。
- (3) $f(x) = 0$ 有可能有三重根。
- (4) $f(x) = 0$ 有可能有四重根。
- (5) 若 $f(x) = 0$ 有二重根，則 $a = \pm 2\sqrt{3}$ 。

9. 在複數平面上三點 $O(0)$ 、 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，滿足 $a^2 - 2ab + 2b^2 = 0$ 且 $ab \neq 0$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 將 $a^2 - 2ab + 2b^2 = 0$ 兩側同除以 b^2 ，可得 $\frac{a}{b} = 1 + i$
- (2) $\angle OAB = 45^\circ$
- (3) $\triangle OAB$ 是等腰三角形。
- (4) $\overline{AB} = \sqrt{2}\overline{OB}$
- (5) 若 $\overline{OA} = 6$ ，則 $\triangle OAB$ 面積為 9

三、選填題（每題 6 分，共 30 分）

10. 若實係數三次方程式 $2x^3 - 11x^2 + ax + b = 0$ 有一根 $i + 2$ ，則此方程式有一實根為 $\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}}$ 。

11. 複數 $z = \frac{(1+7i)^{10}}{(3+4i)^{13}}$ ，則 $|\bar{z}| = \frac{\textcircled{3}\textcircled{4}}{\textcircled{5}\textcircled{6}\textcircled{7}}$ 。

12. 四次方程式 $(x^2 + 3x + 8)(2x^2 - 4x + 5) = 0$ 共有 4 根，若 4 根的總和為 a ，4 根的乘積為 b ，則數對 $(a, b) = \underline{(\textcircled{8}\textcircled{9}, \textcircled{10}\textcircled{11})}$ 。

13. 在複數平面上，三相異點 $O(0)$ 、 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，若 $\text{Arg}(a) - \text{Arg}(b) = 60^\circ$ ，且 a, b 滿足 $b = a + 2 + 4i$ ，則 $\triangle OAB$ 面積的最大值為 $\underline{\textcircled{12}\sqrt{\textcircled{13}}}$ 。

14. 在複數平面上，複數 z 的輻角 120° ，三相異點 $O(0)$ 、 $P(z + 4)$ 、 $Q(2z)$ ，若 $\angle OPQ = 90^\circ$ ，則 $|z| = \underline{\textcircled{14}}$ 。

北一女中 110 學年度第一學期高三理組數學科第一次段考答案卷

班別_____座號_____姓名_____得分_____

一、單選題（每題 6 分，共 30 分）

1.	2.	3.	4.	5.

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 40 分，答錯不倒扣）

6.	7.	8.	9.

三、選填題（每題 6 分，共 30 分，請直接填入完整答案）

10.	11.	12.	13.	14.

北一女中 110 學年度第一學期高三理組數學科第一次段考答案卷

班別_____座號_____姓名_____得分_____

一、單選題（每題 6 分，共 30 分）

1.	2.	3.	4.	5.
(3)	(1)	(2)	(4)	(2)

二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 40 分，答錯不倒扣）

6.	7.	8.	9.
(2)(4)	(1)(4)	(2)(3)	(2)(3)(5)

三、選填題（每題 6 分，共 30 分，請直接填入完整答案）

10.	11.	12.	13.	14.
$\frac{3}{2}$	$\frac{32}{125}$	$(-1, 20)$	$5\sqrt{3}$	4