

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第一次期中考高二文 B 題目卷

本試卷題型均可以自行判斷採用計算器為計算工具，允許的計算器機型限定下列四款：

E-More FX-127、Fuhbao FX-180、Canon F-502G、Casio FX-82Solar(II)

一、多重選擇題 (每題 10 分，每個選項 2 分，共 20 分)

1. 下列哪些敘述是正確的？

(1) $\pi = 180$ (2) $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$ (3) $150^\circ = \frac{5}{6}\pi$ (4) $\pi^2 = 32400^\circ$ (5) $\pi^\circ \approx 3.14159\dots$

2. 下列哪些敘述是正確的？

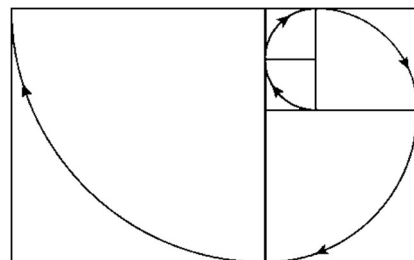
(1) $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ (2) $\cos \pi = 0$ (3) $\cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2}$ (4) $\tan \frac{-3\pi}{4} = -1$ (5) $\tan \frac{\pi}{2} = 1$

二、填充題 (每題 5 分，共 20 分)

3. 課堂中老師由兔子切入介紹了費氏數列，並說明費氏數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴式 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 1$ ， $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ($n > 2$)。小綠知道大自然裡隱藏有費氏數列後非常興奮，迫不及待買了一朵向日葵，認真數它右旋及左旋的數目：「居然真的符合費氏數列！」若小綠實際觀察之右旋及左旋數目皆界於 20~50，求該朵向日葵可能之右旋或左旋數目為：_____、_____ (兩解)。

4. 某森林步道由入口處開始，路程每隔 10 公尺就裝飾一個十二生肖的大公仔，依次為鼠、牛、虎、兔、龍、蛇、馬、羊、猴、雞、狗、豬，…。已知當初為討吉利，步道入口處(0 公尺)處為生肖龍的雕像。若小綠想看到 7 次兔子，請問她至少要走多少路程？答：_____ 公尺

5. 如右圖，從最小的正方形開始，在其內部描繪出以正方形邊長為半徑的四分之一圓弧，同樣的作法延續到每一個正方形就會形成螺線，圖即為 5 個正方形所形成之螺線。已知最小的正方形邊長為 1，試問，若以此類推持續增加正方形至共有 8 個正方形，則其能形成之螺線長度為：_____



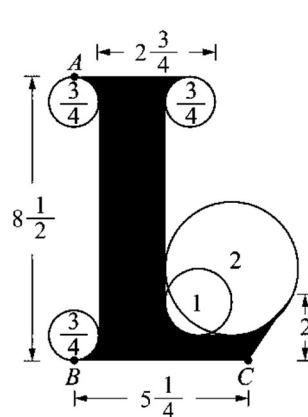
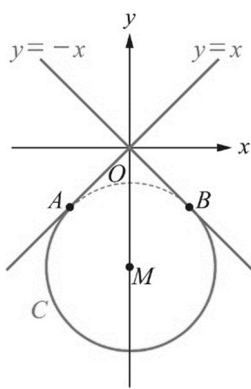
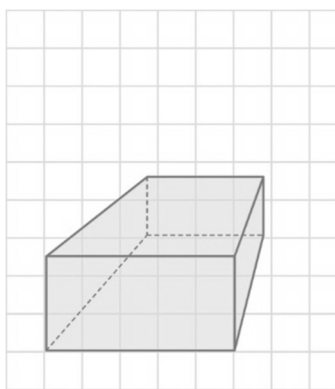
6. 已知 $0 \leq x < \pi$ ，則不等式 $\sin 2x \leq \frac{1}{2}$ 解的範圍為_____。

三、混合題組 (共 55 分)

7. (1) 左下圖為小綠所繪一長方體矮櫃之單點透視圖，試畫出其消失點。(5 分)

(2) 小綠製作水滴設計圖。已知圓 C 半徑為 3，若圓 C 與兩直線 $y = \pm x$ 相切，且其圓心在 y 軸上，則切點 A 坐標為：_____。(5 分)

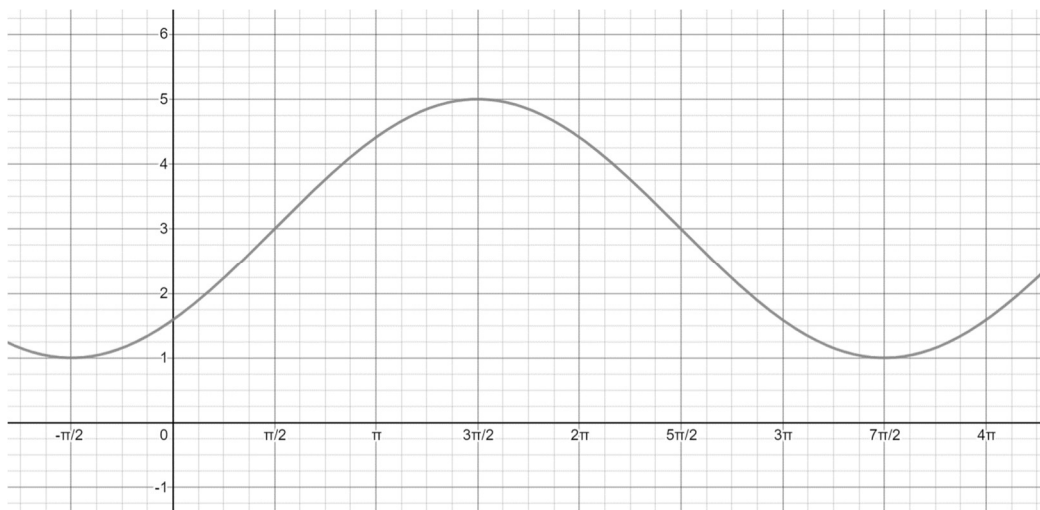
(3) 小綠設計 L 之字型時想使用黃金比例，已知 $\overline{BC} = 5.25$ ，小綠欲調整 $\overline{AB}$ 長度使 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ，則小綠應將 $\overline{AB}$ 長度調整為：_____。(四捨五入至小數點第二位)(5 分)



8. 數 B 課程中，我們知道 $f(x) = 2\sin(3x + \frac{\pi}{2}) - 2$ 的函數圖形可從 $y = \sin x$ 圖形經過伸縮平移後得到。

- (1) 請在答案卷上的表格中根據 $3x + \frac{\pi}{2}$ 的值填入相對應的 x 、 $2\sin(3x + \frac{\pi}{2}) - 2$ 的值。(10 分)
- (2) 承上題，根據表中得到的五組 x 和 $2\sin(3x + \frac{\pi}{2}) - 2$ 的值，在圖中標示對應到的點坐標，並畫出坐標平面範圍中的 $f(x) = 2\sin(3x + \frac{\pi}{2}) - 2$ 函數圖形(請務必在點的旁邊註明清楚坐標，函數圖形盡量畫完整)。(6 分)
- (3) 函數 $f(x) = 2\sin(3x + \frac{\pi}{2}) - 2$ 的振幅和週期分別為何？(4 分)

9. 小綠在上課時操作 desmos，將 $f(x) = a\sin(bx + c) + d$ 中 a 、 b 、 c 、 d 的滑桿隨意滑動後截出函數圖形(如下圖)上傳給老師。



- (1) 先觀察截圖中的函數，此函數的函數值最大值和最小值分別為何？(2 分)
- (2) 此函數圖形的振幅和週期分別為何？(4 分)
- (3) 若小綠滑動的 a 、 b 皆為正數，且圖中有一點 A 是從 $y = \sin x$ 圖形中的原點經過伸縮平移後的結果，則點 A 坐標為何？(2 分)
- (4) 承上題，小綠滑動到的 a 、 b 、 c 、 d 分別是多少？(12 分)

四、挑戰題(多選)(共 5 分)

10. 海水的水位受到太陽、月球引力以及地球自轉的影響，每天早晚都各有一次水位的漲落，早稱之為潮，晚稱之為汐。海面上升達最高時，稱為滿潮 (High water)；海面下降至最低時，稱為乾潮 (Low water)。由乾潮至滿潮的期間，稱為漲潮 (Flood)；而由滿潮至乾潮的期間，則稱為落「退」潮 (Ebb)。自某一次滿潮至下一次滿潮，或由某一次乾潮至下一次乾潮的時間，稱為潮汐的週期 (Period of tide)。滿潮與乾潮之海面高度差稱為潮差 (Tidal range)。對事物充滿好奇的小綠，觀察某港口的水深(y 公尺)與時間(x 時)的關係，如下表。

時間(時)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
水深(公尺)	16	10	4	4	10	16	16	10	4	4	10	16	16

聰明的小綠認為潮汐是週期變化， x 與 y 的關係可用下面的式子表示

$$y = a\sin(bx + \theta) + d, \text{ 其中 } a > 0, d > 0, b > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$$

依據小綠的推論與觀察的數據，下列哪些選項是正確的？

- (1) 潮差超過 12 公尺 (2) 潮汐的週期為 10 小時 (3) 觀察當天約 5 時港口處在乾潮
- (4) $a = 4\sqrt{3}$ (5) 連續水深超過 7 公尺的時間少於 8 小時

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第一次期中考高二文 B 答案卷

班級：_____座號：_____姓名：_____

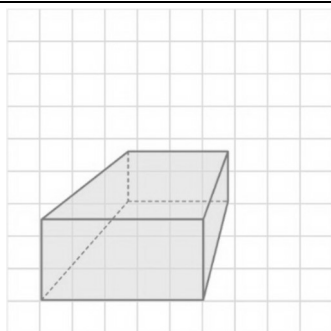
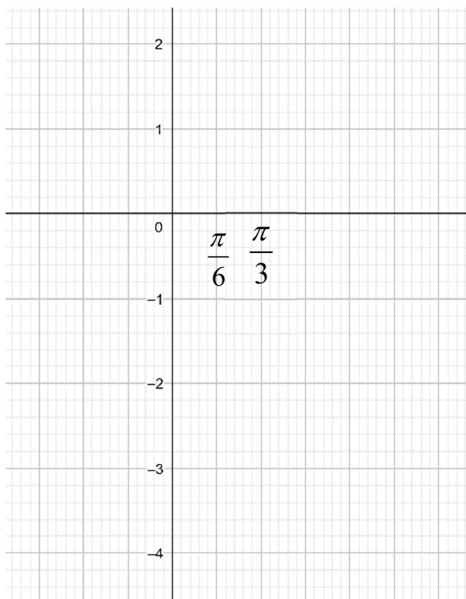
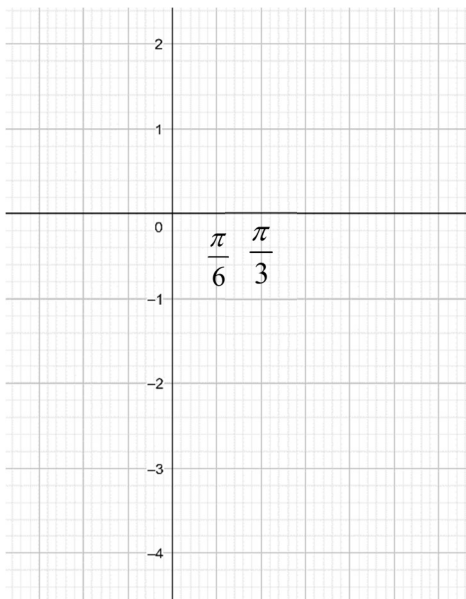
一、多重選擇題 (每題 10 分，每個選項 2 分，共 20 分)

1.		2.	
----	--	----	--

二、填充題 (每題 5 分，共 20 分)

3.	_____、_____	4.		5.		6.	
----	-------------	----	--	----	--	----	--

三、混合題組(共 55 分)

7. (1)		7. (2)						
		7. (3)						
8. (1)		$3x + \frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	
		x						
		$2\sin(3x + \frac{\pi}{2}) - 2$						
8. (2)		8. (3)	振幅 = , 週期 =					
		9. (1)	最大值 = , 最小值 =					
		9. (2)	振幅 = , 週期 =					
		9. (3)						
		9. (4)	$a =$, $b =$ $c =$, $d =$					

四、挑戰題 (多選)(共 5 分)

10.	
-----	--

臺北市立第一女子高級中學 110 學年度第一學期第一次期中考高二文 B 解答卷

班級：_____座號：_____姓名：_____

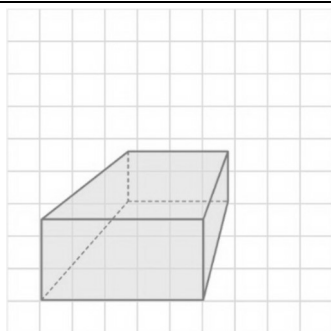
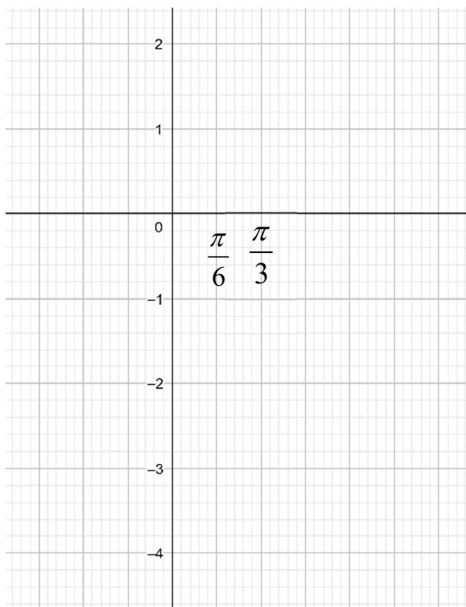
一、多重選擇題 (每題 10 分，每個選項 2 分，共 20 分)

1.	23	2.	13
----	----	----	----

二、填充題 (每題 5 分，共 20 分)

3.	21、34	4.	830	5.	27π	6.	$0 \leq x \leq \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \leq x < \pi$
----	-------	----	-----	----	---------	----	--

三、混合題組(共 55 分)

7. (1)		7. (2)	$(-\frac{3}{2}\sqrt{2}, -\frac{3}{2}\sqrt{2})$					
		7. (3)	8.49					
8. (1)		$3x+\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	
		x	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	
		$2\sin(3x+\frac{\pi}{2})-2$	-2	0	-2	-4	-2	
8. (2)		8. (3)	振幅=2 , 週期= $\frac{2\pi}{3}$					
		9. (1)	最大值=5 , 最小值=1					
		9. (2)	振幅=2 , 週期= 4π					
		9. (3)	$(\frac{\pi}{2}, 3)$					
		9. (4)	$a=2$, $b=\frac{1}{2}$ $c=-\frac{\pi}{4}$, $d=3$					

四、挑戰題 (多選)(共 5 分)

10.	1345
-----	------