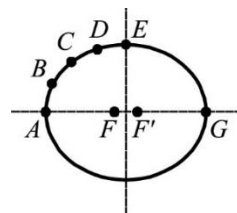


110 學年度第二學期第一次定期考高三數甲試題

命題範圍：第二章複數平面、第三章二次曲線

一、 單選題（每題 5 分，共 10 分）

1. 某行星繞太陽的軌道如下列附圖之橢圓，太陽位於橢圓軌道之一焦點 F 處。若此行星與太陽的最近距離為 6AU ，最遠距離為 8AU ，當行星距太陽的距離恰為 7AU 時，試問行星在下列哪一點上？



(A)A (B)B (C)C (D)D (E)E

2. 以點 $F(2,2)$ 為焦點，直線 $x+y=0$ 為準線的拋物線，與 y 軸交於一點 $P(0,t)$ ，試求 t 之值。 (A)0 (B)1 (C)2 (D)3 (E)4

二、 多重選擇題（每題 9 分，共 18 分）

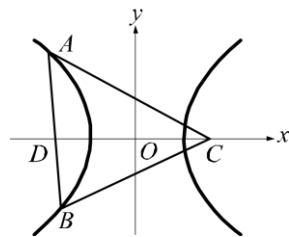
每題 9 分；每錯一選項扣 3 分，未作答及錯 3 選項或以上者該題 0 分

1. 方程式 $\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2} = \frac{1}{5}|3x + 4y + 11|$ 之圖形為拋物線，則關於此拋物線下列敘述何者為真？
(A) 焦點為 $(1, -1)$ (B) 準線為 $3x + 4y + 11 = 0$ (C) 頂點為 $(0, -2)$
(D) 對稱軸方程式為 $4x - 3y - 7 = 0$ (E) 正焦弦長為 4
2. 已知等軸雙曲線 Γ 的一條漸近線為 $y = x$ ，中心坐標是 $(1,1)$ ，且 Γ 過點 $(3,0)$ ，試問關於此等軸雙曲線 Γ ，下列敘述何者為真？
(A) Γ 的兩條漸近線互相垂直 (B) $x + y = 0$ 為 Γ 的另外一條漸近線
(C) Γ 的實軸在直線 $y = 1$ 上 (D) 點 $(1, \sqrt{3} - 1)$ 為 Γ 的一個頂點
(E) 點 $(1, \sqrt{6} - 1)$ 為 Γ 的一個焦點

三、 填充題（每題 5 分，共 60 分）

1. 已知 P 為橢圓 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ 上的一動點，若 $A(-3, 4)$ 為橢圓內一點， $F(6, 0)$ 為右焦點，則 $\overline{PF} + \overline{PA}$ 的最小值為何？
2. 設拋物線 $y = mx^2 + 3(m-4)x - 9$ 交 x 軸於相異二點 P, Q ，則 $\overline{PQ}$ 的最小值為何？
3. 已知 P 點為橢圓 $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的一點，求 P 點到直線 $L: 3x + 4y = 12$ 距離的最大值為何？

4. 橢圓 $\frac{(x-21)^2}{21} + \frac{(y-100)^2}{100} = 2100$ 在第一、二、三、四象限內的面積依次為 R_1, R_2, R_3, R_4 ，求 $R_1 - R_2 + R_3 - R_4$ 的值為何？
5. 求與雙曲線 $\Gamma: \frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$ 有相同的漸近線，且貫軸長為 24 的雙曲線方程式為何？
6. 已知曲線 $\Gamma: \sqrt{(x+7)^2 + y^2} - \sqrt{(x-7)^2 + y^2} = 10$ ，若 Γ 上有一點 P 與 Γ 的焦點 $F_1(7,0)$ 的距離為 12， M 是 $\overline{PF_1}$ 的中點， O 是坐標原點，則 $\overline{OM}$ 長為何？
7. 設 $A(1,0)$ ，點 B 在 x 軸上且拋物線 $y^2 = 16x$ 上有一點 P 使 $\triangle PAB$ 為正三角形，試求 B 點坐標為何？
8. 點 P 為拋物線 $y^2 = 8x$ 上之動點， F 為此拋物線之焦點， $A(5,2)$ 為一已知定點，求 $\overline{PA} + \overline{PF}$ 之最小值為何？
9. 設圓 $C: x^2 + y^2 = 4$ 及直線 $x - 6 = 0$ ，有一動圓與圓 C 及直線均相切，則此圓圓心軌跡方程式為何？
10. 在坐標平面上， $\overline{PQ}$ 為拋物線 $\Gamma: y^2 = 16x$ 的焦弦，其中 P 點在上半平面上，若 F 為 Γ 的焦點，且滿足 $2\overline{PF} = 3\overline{QF}$ ，則 P 點的 x 坐標為何？
11. 已知一橢圓方程式為 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$ ， F_1, F_2 為其兩焦點， P 點在此橢圓上，若 $\overline{PF_1}$ 的中點在 y 軸上，則 $\overline{PF_1} - \overline{PF_2}$ 之值為何？
12. 雙曲線 $\Gamma: x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ 的焦點為 C, D 。已知 A, B 兩點位於 Γ 上，且 $\overline{AB}$ 通過 Γ 的焦點 D ， A, B, C, D 相關位置如附圖。若 $\overline{AB} = 4$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，則 $\overline{AC} \times \overline{BC}$ 之值為何？



四、計算證明題（共 12 分）

1. 設雙曲線 Γ 的方程式為 $\frac{y^2}{6} - \frac{x^2}{3} = 1$ 。
- (1) 若 Γ 的兩漸近線為 L_1, L_2 ，試求 L_1, L_2 之方程式。(6%)
- (2) 設 P 為 Γ 上任一點，試求 P 點到兩漸近線 L_1, L_2 的距離乘積 $d(P, L_1) \cdot d(P, L_2)$ 之值。(6%)