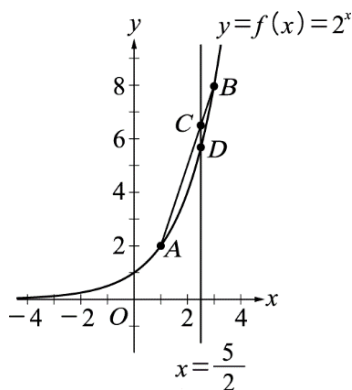


110 學年度第一學期第一次定期考高二數 B 試題

命題範圍：第一章正弦函數與週期性現象、2-1 指數函數與圖形

一、單選題（每題 6 分，共 18 分）

1. 令 $a = \sin(\pi^2)$ ，試問下列哪一個選項是對的？ (1) $-1 < a \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$
(2) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < a \leq -\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{2} < a \leq 0$ (4) $\frac{1}{2} < a \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{2} < a \leq 1$ 。
2. 設 $\omega > 0$ ，函數 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$ 的圖形向右平移 $\frac{4\pi}{3}$ 後與原圖形重合，則 ω 的最小值為何？ (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) 3 (5) $\frac{3}{4}$ 。
3. 設 $A(1, 2)$ 、 $B(3, 8)$ 為 $f(x) = 2^x$ 上之兩點，又鉛垂線 $x = \frac{5}{2}$ 分別交 $\overline{AB}$ 與 $f(x) = 2^x$ 於 C, D 兩點。對於線段 $\overline{CD}$ 長度的範圍，下列何者正確？ ($\sqrt{2} \approx 1.4$)



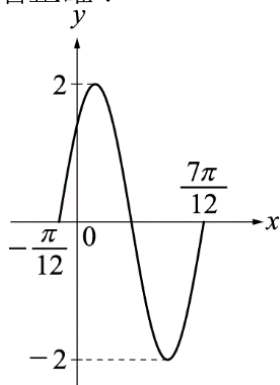
- (1) $0.4 < \overline{CD} < 0.6$ (2) $0.6 < \overline{CD} < 0.8$ (3) $0.8 < \overline{CD} < 1$
(4) $1 < \overline{CD} < 1.2$ (5) $1.2 < \overline{CD} < 1.4$ 。

二、多重選擇題（每題 8 分，共 32 分）

每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 列選項哪些是正確的？ (1) $-\frac{1}{2} < \cos 2 < 0$ (2) $\cos 2 > \cos 1$ (3) $\sin 2 > \sin 1$
 (4) $\sin 1 > \cos 1$ (5) $\sin 1 > \tan 1$ 。

2. 如圖是函數 $y = a \sin (bx + c)$ (其中 $a > 0, b > 0, |c| < \pi$) 在一個週期內的圖形，則下列敘述何者正確？

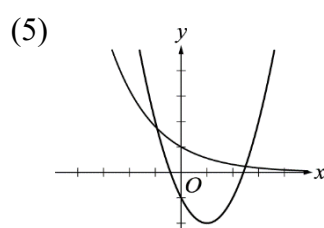
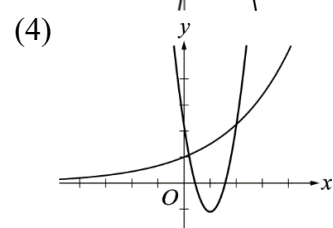
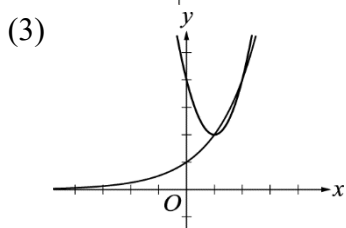
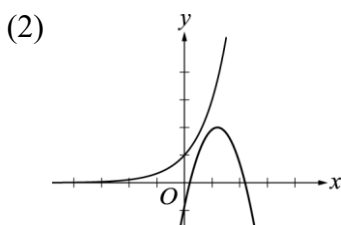
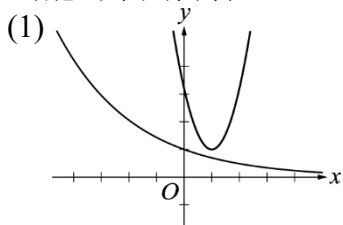


- (1) $a = 2$ (2) $b = 3$ (3) $c = \frac{\pi}{12}$

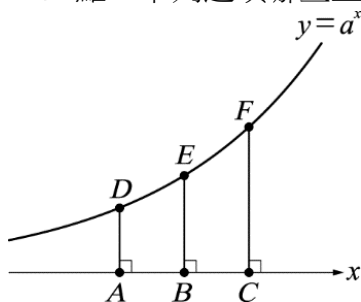
(4) 該函數圖形可由 $y = 2 \sin 3x$ 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 單位而得

(5) 該函數圖形對稱於直線 $x = \frac{5\pi}{12}$ 。

3. 設 a, b 均為實數，則二次函數 $y = ax^2 - 2ax + b$ 與指數函數 $y = \left(\frac{a}{b}\right)^x$ 的圖形可能為下列何者？



4. 曲線 $y=a^x$ 的部分圖形與 x 軸的關係如圖所示，其中 A, B, C 為 x 軸上的相異三點，且 $\overline{AB} = \overline{BC}$ ，過 A, B, C 三點分別作 x 軸的垂線，並交曲線 $y=a^x$ 的圖形於 D, E, F 三點。下列選項哪些正確？

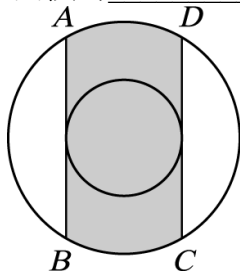


- (1) $a > 1$ (2) $\overline{AD} + \overline{CF} > 2 \times \overline{BE}$
 (3) $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$ 三線段長度成等差數列
 (4) $\overline{AD} \times \overline{CF} = \overline{BE}^2$ (5) 若 B 為原點，則 $\overline{AD} \times \overline{CF} = a^2$ 。

三、填充題（每格 6 分，共 36 分）

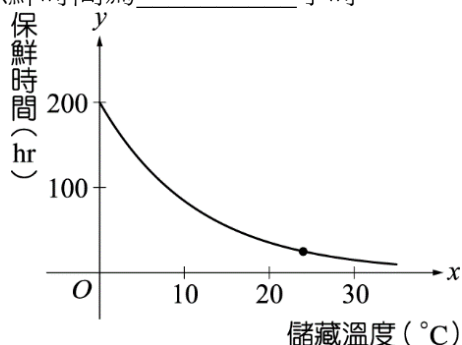
1. 在半徑為 6 的圓上，有一扇形的周長為此圓周長的 $\frac{1}{3}$ ，則此扇形的面積為_____。

2. 如圖，兩圓半徑分別為 2 與 4， $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 為大圓中兩平行弦且分別與小圓相切，則陰影部分 $ABCD$ 之面積為_____。



3. 假設小華某段時間的血壓變化可用函數 $f(t) = 24\sin(100\pi t) + 90$ 來模擬，其中 $f(t)$ 為血壓（單位：毫米汞柱）， t 為時間（單位：分鐘）。若 $f(t)$ 的最大值稱為收縮壓，而兩個收縮壓的時間間隔為 1 次心跳的時間，則小華的心跳速率為每分鐘_____次。
4. 設 $-\pi \leq x \leq \pi$ ，方程式 $\sin x + \frac{x}{4} = 1$ 有_____個相異實根。
5. $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的圖形是由 $y = \sin x$ 圖形，先水平伸縮為原來的 a 倍，再向左移 b 得到，則數對 $(a, b) =$ _____。

6. 牛奶保鮮時間因儲藏時的溫度不同而不同。若牛奶放在 0°C 的冰箱中，保鮮時間是 200 小時，而在 24°C 的廚房中是 25 小時。假設保鮮時間 y (小時) 與儲藏溫度 x ($^{\circ}\text{C}$) 的函數關係是 $y = a \cdot b^x$ (a 、 b 是常數)。則儲藏溫度在 12°C 時的保鮮時間為_____小時。



四、混合題 (每題 8 分，共 8 分)

1. 以下節錄小淳電視臺的報導：「高雄繼夢時代摩天輪之後，又有了第二座摩天輪。義大世界園區內的摩天輪總共有 40 個車廂，最多可以同時搭乘 320 人，旋轉一圈的時間為 a 分鐘。由於摩天輪位於觀音山海拔 b 公尺處，且摩天輪的直徑有 c 公尺，因此最高點的高度有 $b+c$ 公尺。在此高度下，可將港都高雄盡收眼底，白晝海天一色，入夜後則是燈火星羅棋布，美不勝收。」假設乘坐此摩天輪的過程中，當時間為 t 分鐘時，乘客所在位置的海拔高度為 y 公尺，其中 y 與 t 的函數關係為 $y =$

$$40 \sin\left(\frac{\pi}{9}t - \frac{\pi}{2}\right) + 270。$$

試依據此函數關係回答下列各問題：

- (1) $c =$ _____。
- (2) $b =$ _____。
- (3) $a =$ _____。
- (4) 乘坐一圈的過程中，若 5 分鐘時的高度與 d 分鐘時的高度相同 ($d > 5$)，則 $d =$ ？

五、計算題 (每題 8 分，共 8 分)

1. 某養殖場飼養臺灣鯛魚，其中一個魚池受到病毒感染，且經過 t 小時魚隻的受感染率定義為 $f(t) = \frac{t \text{ 小時受感染的魚隻數量}}{\text{魚隻總數量}}$ ，

已知 $f(t) = \frac{1}{1 + a \cdot 7^{-bt}}$ ，且此養殖場開始時 ($t=0$) 魚隻的受感染率為 2%，經過 3 小時 ($t=3$) 魚隻的受感染率為 12.5%，求 a 、 b 的值。