

110 學年度第一學期第一次定期考高一數學試題

命題範圍：第一章 實數

一、單選題（每題 4 分，共 16 分）

選出最適當的選項，每題 4 分，答對得 4 分，答錯或空白得 0 分。

1. 設 $a=\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{11}$ ， $b=\sqrt{2}+\sqrt{7}+\sqrt{14}$ ， $c=\sqrt{2}+\sqrt{10}+\sqrt{11}$ ，則 a 、 b 、 c 的大小關係為何？
(A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > c > a$ (D) $c > b > a$ (E) $c > a > b$ 。
2. 設三個相異實數 a, b, c 在數線上對應的點分別為 A, B, C ，且 $a = \frac{7}{6}b - \frac{1}{6}c$ ，則下列的敘述中有幾個是正確的？
(甲) B 介於 A, C 之間； (乙) C 在 B 的右邊； (丙) A, B, C 必有一點在原點的右邊； (丁) $\overline{BC} = 6\overline{AB}$ ； (戊) A 在 B, C 的右邊
(A) 5 個 (B) 4 個 (C) 3 個 (D) 2 個 (E) 1 個
3. 若 x 為實數，不等式 $|x-4| - |x-3| \leq a$ 恆成立，則實數 a 的範圍為何？
(A) $a > 1$ (B) $a < 1$ (C) $a \geq 1$ (D) $a \leq 1$ (E) $-1 \leq a \leq 1$
4. 已知芮氏地震規模 (M) 與地震釋放的能量 (E) 之間的關係為 $\log E = 4.8 + 1.5M$ ，請問：地震規模 7.5 釋放的能量是地震規模 5.5 釋放能量的多少倍？（選出最接近的答案）
(A) 1.36 倍 (B) 3.0 倍 (C) 9.6 倍 (D) 100 倍 (E) 1000 倍

二、多重選擇題（每題 8 分，共 24 分）

每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或三個以上得 0 分。

1. 在數線上有三點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(x)$ ，已知 $a < b$ ，且 $2|x-a| = 3|x-b|$ ，則下列哪些選項正確？
(A) P 在 $\overline{AB}$ 上 (B) $\overline{PA}:\overline{PB} = 3:2$ (C) $5|x-a| = 3|a-b|$
(D) $x > \frac{a+b}{2}$ (E) $x > \frac{a+3b}{4}$ 。

2. 設 $a > 1$ ，且 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 5$ ，則下列哪些選項正確？

(A) $a + a^{-1} = 23$ (B) $a^2 + a^{-2} = 527$ (C) $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} = 110$

(D) $a^{\frac{1}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} = \pm\sqrt{7}$ (E) $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{21}$

3. 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。

(A) $|x-1| + |x-3| = 1$ (B) $|x-1| + |x-3| = 3$ (C) $|x-1| - |x-3| = 1$

(D) $|x-1| - |x-3| = 2$ (E) $|x-1| - |x-3| = -3$

三、填充題（每格 6 分，共 48 分）

答案均須化為最簡形式。

1. 計算 $\log \frac{1}{\sqrt{10}} + \log 100\sqrt{10} \times \log \frac{1}{100} + 100^{\log \sqrt{7}}$ 之值為_____。

2. 不等式 $|x-2| - |x+3| + x < 0$ 的解為_____。

3. 若 $0 < x < 1$ ，且 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2} - \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = 4x - 1$ ，求 $x =$ _____。

4. 已知 a 、 b 均為正實數，若 $a + 2b = 2$ ，求 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值為①_____，
此時 $a =$ ②_____， $b =$ ③_____。(每小題 2 分)

5. 設 x, y 為實數，且 $|x+1| \leq 3$ ， $|2y-1| \leq 3$ ，若 $x^2 - 3y$ 的最大值為 M ，
最小值為 N ，則 $M+N =$ _____。

6. 設 $x = \frac{1}{2}(5^{\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{1}{3}})$ ，則 $(x - \sqrt{x^2 - 1})^6$ 之值為_____。

7. 已知 a 為實數，若 $|a-2| + |a-6| \leq |2a-8|$ 恆成立，則 a 之範圍為_____。

8. 設 $x < 0$ ，若 $(\sqrt{\frac{5+\sqrt{21}}{2}})^x + (\sqrt{\frac{5-\sqrt{21}}{2}})^x = 5$ ，則 $x =$ _____。

四、計算題（共 12 分）

必須寫出合理的計算過程，只有答案沒有過程不計分。

1. 設 a, b 為整數，已知 $|a+5|+4|b-3|=5$ ，求數對 (a, b) 。(請寫出所有的解)

(6 分)

2. 如圖所示， $PQRS$ 為一給定的矩形，長 $\overline{PQ} = 12$ ，寬 $\overline{QR} = 3$ ，而 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， P, Q 在 $\overline{BC}$ 邊上， R, S 分別在 $\overline{CA}, \overline{AB}$ 邊上，設 $\overline{QC} = x$ 。

(1) 在 $\triangle ASR$ 中， $\overline{SR}$ 邊上的高為 $\overline{AM}$ ，則 $\overline{AM} = ?$ （以 x 表示）（1 分）

(2) $\triangle ABC$ 面積 = ?（以 x 表示）（2 分）

(3) $\triangle ABC$ 的面積最小值為何？（3 分）

