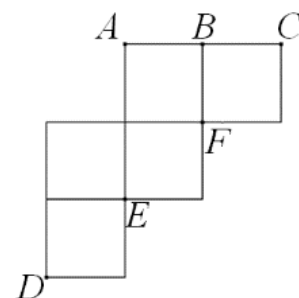


一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請在答案卷之指定欄位上作答。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或答案多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下圖是一個無蓋正立方體盒子的展開圖，將它組合成無蓋正立方體後，展開圖中的頂點 A, B, C, D, E, F 會依序變成盒子上的頂點 A', B', C', D', E', F' 。請問下列哪個選項有誤？



- (1) $\overline{A'B'}$ 垂直 $\overline{A'E'}$
 (2) 點 A', C', E', F' 可作為正四面體的四個頂點
 (3) $\overrightarrow{A'D'}$ 和 $\overrightarrow{B'E'}$ 歪斜
 (4) 包含點 B', C', D' 的平面是唯一的
 (5) $\overline{B'E'} = \sqrt{3} \overline{A'B'}$

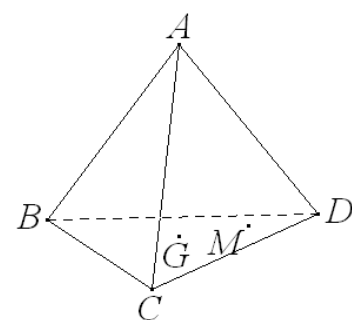
2. 下列哪個選項的運算結果和行列式 $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 2022 & 3 & 23 \\ 111 & 3 & 23 \end{vmatrix}$ 的值不同？

- (1) $3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 & 8 \\ 2022 & 1 & 23 \\ 111 & 1 & 23 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 1911 & 0 & 0 \\ 111 & 3 & 23 \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} 5 & 2022 & 111 \\ 3 & 3 & 3 \\ 8 & 23 & 23 \end{vmatrix}$ (4) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2022 & 3 & 23 \\ 111 & 3 & 23 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 2022 & 3 & 23 \\ 111 & 3 & 23 \end{vmatrix}$ (5) $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 111 & 3 & 23 \\ 2022 & 3 & 23 \end{vmatrix}$

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項填入答案卷之指定欄位中。各題之選項獨立判定，每答對一個選項得 2 分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 下圖 $A-BCD$ 為一正四面體， G 為 $\triangle BCD$ 的外心， M 為 G, D 的中點，若 $\overrightarrow{AM} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC} + t\overrightarrow{AD}$ ，請問下列哪些選項是正確的？



- (1) $\overrightarrow{AD}$ 垂直 $\overrightarrow{BC}$
 (2) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ 平行 $\overrightarrow{AG}$
 (3) $r + s + t = \frac{2}{3}$
 (4) $r = s$
 (5) $t < \frac{1}{2}$
4. 坐標空間中有一粒子 P 從點 $A(5,5,2)$ 射至點 $B(4,3,0)$ ，費時 1 秒，然後依「入射角等於反射角」的原理被 xy 平面反射，且整個過程均維持等速率直線運動。若將此粒子接觸 xy 平面的時間視為 0，請問下列哪些選項是正確的？
- (1) 若直線 L 為此反射過程的法線，則點 A 在 L 上的投影點坐標為 $(3,3,2)$
 (2) 反射後 1 秒，此粒子的位置坐標為 $(3,1,2)$
 (3) 若入射角和反射角的和為 θ ，則 θ 是鈍角
 (4) 反射後 4 秒這個時間點過後，粒子所在位置的 x 坐標開始為負
 (5) 若反射後粒子通過 xz 平面， yz 平面的位置分別為點 C 、點 D ，則 $\overline{CD} > 9$

5. $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$, $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ 為空間中的兩向量, 且 $\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}$, 請問下列哪些選項是正確的?

- (1) $(2\vec{a})\times(-3\vec{b})=-6\vec{c}$
- (2) $(2\vec{a}+3\vec{b})\cdot\vec{c}=0$ 恆成立
- (3) 若 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 皆為非零向量, 則 $\vec{c}$ 必為非零向量
- (4) 若 $\vec{OA}=\vec{a}$, $\vec{OB}=\vec{b}$ 且 $\vec{c}$ 為非零向量, 則包含 $\vec{c}$ 的平面必垂直於平面 OAB
- (5) 若 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 所張平行四邊形面積不為 0, 則 $|\vec{a}\times\vec{b}|=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix}$, 其中 $(z_1,z_2,z_3)=\frac{\vec{c}}{|\vec{c}|}$

三、填充題 (占 60 分)

說明：1.第 6 至 14 題, 請將正確選項填入答案卷之指定欄位中.
2.每題完全答對才給分, 計分方式如下表.

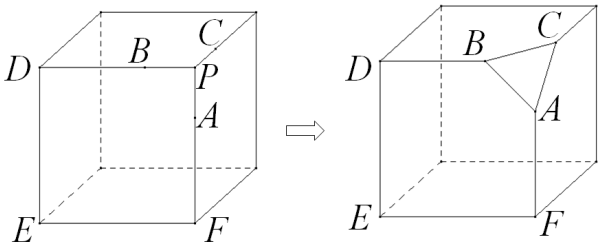
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	31	38	45	51	56	60

6. $\vec{OA}=(1,2,3)$, $\vec{OB}=(2,3,1)$, $\vec{OC}=(-2,4,9)$, 若 $\vec{OC}$ 在 $\vec{OA}\times\vec{OB}$ 上的正射影為 (x,y,z) , 則數組 (x,y,z) 為_____.

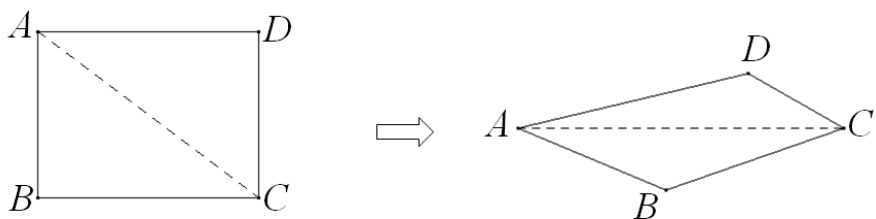
7. $A(5,4,8)$, $B(6,1,7)$, $C(8,-5,5)$ 為坐標空間中三點. 若 D 為空間中的一點且滿足 $4\vec{DA}-3\vec{DB}+\vec{DC}=\vec{0}$, 則點 D 的坐標為_____.

8. $\vec{OA}=(1,-2,-2)$, $\vec{OB}=(2,3,6)$, $\vec{OD}$ 平分 $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ 的夾角且 $|\vec{OD}|=\sqrt{210}$, 若 $\vec{OD}=(d_1,d_2,d_3)$, 則數組 (d_1,d_2,d_3) 為_____.

9. 如圖所示, 將一正方體截去角落的三角錐 $P-ABC$, 其中, $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$. 若截完後的側面 ABC 和側面 $ABDEF$ 在立體內部所夾的二面角為 θ , 則 $\cos\theta$ 的值為_____.



10. 空間中有兩向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, 其中 $\vec{a} = (2, 1, -2)$, $|\vec{b}| = 6$, 若 $|3\vec{a} + 4\vec{b}|$ 有最小值 m 時, $\vec{b}$ 的坐標表示為 (b_1, b_2, b_3) , 則數組 $(m, b_1, b_2, b_3) =$ _____.
11. 設 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 3, 4)$, $B(2, 3, 2)$ 為空間中三點, 動點 P 滿足 $\vec{OP} = \alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB}$, 其中 $-1.5 \leq \alpha \leq 0.5$, $1 \leq \beta \leq 2.5$, 則坐標空間中所有動點 P 所成之圖形的面積為_____.
12. 設 $A(2, 1, 3)$, $B(3, 2, 5)$, $C(1, 3, -1)$ 及 P 為坐標空間中四點, 其中點 P 在 yz 平面上且 P 到原點的距離為 $\sqrt{13}$, 則坐標空間中由 $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AP}$ 所張的平行六面體之體積最大值為_____.
13. 空間中有三向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, 其中 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -54$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 4$ 且 $\vec{b}$, $\vec{c}$ 夾角 θ 的範圍為 $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$. 若 $\vec{a}$ 在 $\vec{b} \times \vec{c}$ 上的投影長為 x , 則 x 的範圍為_____.
14. 有一張長方形紙片, 其邊長 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$, 將它放在桌面上沿對角線 $\overline{AC}$ 慢慢對摺, 過程中維持 $\triangle ABC$ 平貼於桌面、 $\triangle ADC$ 不扭曲變形. 當 D 點對桌面的正射影恰落在 $\overline{BC}$ 上時, $\overline{BD}$ 的長為_____.



臺北市立第一女子高級中學 110 學年度 2 學期高二理組數學(A)第一次期中考答案卷
範圍：第四冊第一章 空間向量

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請在答案卷之指定欄位上作答。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或答案多於一個選項者，該題以零分計算。

1.	2.

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項填入答案卷之指定欄位中。各題之選項獨立判定，每答對一個選項得 2 分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3.	4.	5.

三、填充題（占 60 分）

說明：1.第 6 至 14 題，請將正確選項填入答案卷之指定欄位中。

2.每題完全答對才給分，計分方式如下表。

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	31	38	45	51	56	60

6.	7.	8.
9.	10.	11.
12.	13.	14.

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請在答案卷之指定欄位上作答。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或答案多於一個選項者，該題以零分計算。

1.	2.
(4)	(5)

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項填入答案卷之指定欄位中。各題之選項獨立判定，每答對一個選項得 2 分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3.	4.	5.
(1)(2)(4)	(2)(3)(4)	(1)(2)(4)(5)

三、填充題（占 60 分）

說明：1.第 6 至 14 題，請將正確選項填入答案卷之指定欄位中。

2.每題完全答對才給分，計分方式如下表。

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	31	38	45	51	56	60

6.	7.	8.
$(\frac{-7}{3}, \frac{5}{3}, \frac{-1}{3})$	(5, 4, 8)	(13, -5, 4)
9.	10.	11.
$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	(15, -4, -2, 4)	27
12.	13.	14.
18	$\frac{9}{2} \leq x \leq 9$	$\sqrt{7}$